INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS - IFAL
Direção Geral Campus Maceió
Diretoria de Ensino
Coordenação de Licenciatura
Curso de Licenciatura em Matemática

MARLON CAETANO DOS SANTOS

O MATERIAL DIDÁTICO COMO RECURSO METODOLÓGICO: UMA ABORDAGEM À BALANÇA HIDRAÚLICA NO ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DE GRAU 1

Maceió-AL
2019

INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS - IFAL

Direção Geral Campus Maceió
Diretoria de Ensino
Coordenação de Licenciatura
Curso de Licenciatura em Matemática

MARLON CAETANO DOS SANTOS

O MATERIAL DIDÁTICO COMO RECURSO METODOLÓGICO: UMA ABORDAGEM À BALANÇA HIDRAÚLICA NO ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DE GRAU 1

Monografia apresentada como requisito para obtenção do título de licenciado em Matemática, sob a orientação do Professor Me. Luiz Galdino da Silva.

Maceió-AL
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal de Alagoas
***Campus* Maceió**
Biblioteca Benevides Monte

S237m

Santos, Marlon Caetano dos .
O material didático como recurso metodológico : uma abordagem à balança hidráulica no estudo da função polinomial de grau 1 / Marlon Caetano dos Santos. – 2019.
47 f. : il.
1 CD-ROM: il. ; (1 arquivo : 1,49 megabytes).

Orientação: Prof. Me. Luiz Galdino da SIlva.
Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Alagoas, *Campus* Maceió, Maceió, 2019.

CD-ROM contendo o arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico, acondicionado em caixa acrílica (12,5 cm x 14 cm).
Trabalho acadêmico editado em versão impressa e em meio digital.

1. Matemática. 2. Material didático – Recurso metodológico. 3. Materiais didáticos manipuláveis. I. Título.
CDD: 510.07

Franciane Monick Gomes de França
Bibliotecária
CRB-4/1831

Monografia apresentada como requisito necessário para obtenção do título de Licenciado em Matemática

MARLON CAETANO DOS SANTOS

O MATERIAL DIDÁTICO COMO RECURSO METODOLÓGICO: UMA ABORDAGEM À BALANÇA HIDRAÚLICA NO ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DE GRAU 1

Monografia apresentada em 29/11/2019.

Prof. Ms. Luiz Galdino da Silva (Orientador)
Instituto Federal de Alagoas – IFAL

Prof. Ms. Enaldo Vieira de Melo (Examinador)
Instituto Federal de Alagoas – IFAL

Professora Ms. Vania Maria Galdino da Silva (Examinadora)
Instituto Federal de Alagoas – IFAL

Prof. Ms. Gilmar Teodózio Silva
Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática - IFAL

Gilmar Teodozio Silva
Coordenador
Curso de Licenciatura em Matemática
Mat. SIAPE 1915463
IFAL - *Campus* Maceió

GRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

A este Instituto, seu corpo docente, em especial ao Prof. Dr. Arlyson Alves do Nascimento pelo incentivo e apoio.

Ao meu orientador Prof. Me. Luiz Galdino da Silva, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos.

A minha família, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

Este estudo tem como foco o desenvolvimento e uso de um Material Didático Manipulável denominado de “Balança hidráulica”, como meio auxiliar ao ensino de Matemática na Educação Básica. Segundo dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), divulgados em 2018 pelo Ministério da Educação (MEC), 70% dos alunos que terminam o Ensino Médio no Brasil possuem aproveitamento em Matemática classificado inadequado. Por essa razão, a discussão aqui em evidência tem como propósito desenvolver uma sequência didática que possibilite construir e/ou reconstruir conceitos relacionados ao estudo de função adotando a “Balança hidráulica” como recurso auxiliar a aplicação da metodologia da Resolução de Problemas no estudo das funções polinomiais de grau um. Tomando-se como referência a metodologia da Resolução de Problemas vinculada ao uso do Material Didático Manipulável (MDM) “Balança Hidráulica” procurou-se dar sentido aos conceitos básicos relacionados ao tema em evidência, buscando convergir para uma ideia que priorizasse relações entre o ambiente da sala de aula e o quotidiano dos sujeitos envolvidos. Nessa direção, tomou-se como referência a teoria da Resolução de Problemas de Polya (1995); a proposta de Lorenzato (2006) sobre o uso de materiais didáticos na formação docente; e, a teoria de Pais (2008) que enfatiza a formação de conceitos e campos conceituais. Espera-se que as discussões presentes no corpo desse estudo possam provocar reflexões sobre a aprendizagem matemática através do sentido dos conceitos.

PALAVRAS CHAVE: Função. Resolução de Problemas. Materiais Manipuláveis. Sentido dos Conceitos.

ABSTRACT

This study has as focus or development and use of Handled Teaching Material called "Hydraulic Scale", as auxiliary means for the teaching of Mathematics in Basic Education. According to data from the Basic Education Assessment System (SAEB), released in 2018 by the Ministry of Education (MEC), 70% of students who finish high school in Brazil can use mathematics. For this reason, the discussion here in case of evidence of how to develop a didactic sequence that enables the creation and / or reconstruction of concepts related to the study of functions adopted for “Hydraulic balance” as an auxiliary resource in the application of the Problem Solving methodology in study of degree one polynomial functions. Commanding as a reference to the methodology of Problem Solving Related to the Use of Handling Teaching Material (MDM) "Hydraulic Balance", look for the meaning of the basic concepts related to the theme in question, seeking to converge to an idea that prioritizes relationships between the environment of the classroom and the diary of the subjects involved. In this direction, take as reference the problem-solving theory of Polya (1995); a proposal by Lorenzato (2006) on the use of teaching materials in teacher education; and Pais theory (2008), which emphasizes the formation of concepts and conceptual fields. It is expected that the discussions present in the body of this study may cause reflections on mathematical learning through the meaning of the concepts.

KEY WORDS: Function: Troubleshooting. Manipulable materials. Sense of Concepts.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

MDM - Material Didático Manipulável

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica

MEC - Ministério da Educação

IFAL – Instituto Federal de Alagoas

MD – Material Didático

IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

OCDE – Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática nos últimos anos tem chamado à atenção de muitos pensadores da educação. A matemática apesar de ser uma ciência bastante presente, como também necessária às relações humanas vem sendo discutida no contexto escolar ao longo dos anos de forma superficial, longe do cotidiano dos alunos. Por essa razão, os alunos muitas vezes não conseguem vislumbrar a importância dos conteúdos a eles ensinados.

No ensino de álgebra, por exemplo, os conteúdos são apresentados como fórmulas prontas a serem gravadas e às vezes, aplicadas, não levando em consideração o porquê de utilizá-las, nem o significado de cada uma delas.

Por acreditar na relevância da atividade prática na construção de conceitos, caso particular dos relacionados à função polinomial de grau 1, mais precisamente, os coeficientes angular e linear, acredita-se que o uso de um MDM[1] para esse fim pode tornar o processo de aprendizagem mais dinâmico, pelo fato da possibilidade de se estabelecer sentidos.

A Balança Hidráulica como recurso metodológico ao ensino de função polinomial de grau 1, visa dar sentido aos conceitos, através de relações concretas presentes no cotidiano.

A discussão aqui evidenciada está organizada em três momentos. O primeiro deles trata da relevância do material didático manipulável no ensino da matemática na educação básica e o estudo das funções. Num segundo momento será tratado dos Procedimentos metodológicos. Finalizando será dado enfoque a uma sequência didática direcionada ao estudo da função polinomial de grau 1.

---

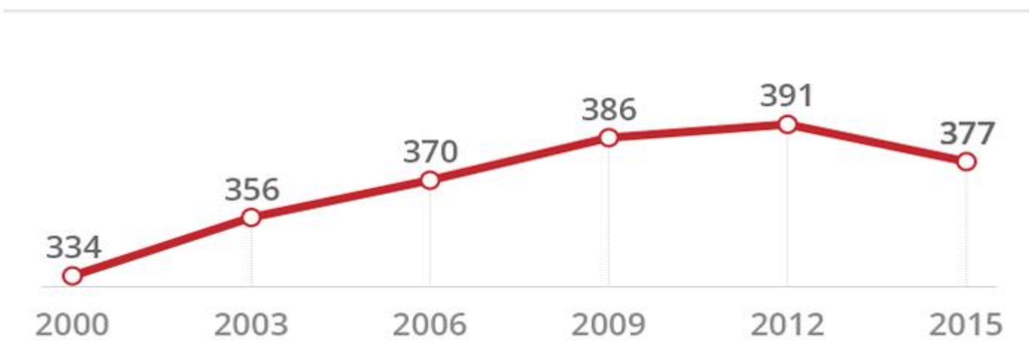
[1] MDM – Material Didático Manipulável

2 A RELEVÂNCIA DO MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA E O ESTUDO DAS FUNÇÕES

O ensino de Matemática nas escolas brasileiras permaneceu durante muito tempo sendo desenvolvido utilizando-se apenas o quadro negro, o giz e o apagador. Essas eram as ferramentas utilizadas pelo professor ao ministrar suas aulas. Pouco se falava na compreensão de conceitos e da relevância desses no cotidiano do aluno e do professor. Esse fato ficava evidente tanto pelas aulas, quanto pelos livros didáticos adotados pelos docentes, onde os conceitos e definições matemáticas eram apresentados simplesmente por meio de regras, sem se fazer alusão à contextualização, o que pode ter produzido nos alunos certa aversão a essa ciência.

Outra questão que merece destaque diz respeito aos índices de desenvolvimento e aprendizagem matemática no Brasil, nos últimos anos. Dentre eles, vale destacar os resultados do PISA onde o país ocupa a 66ª posição em matemática em um ranking que conta com 70 países, o que fica bem explícito quando se observa o histórico do Brasil no infográfico que segue.

Gráfico 1: Desempenho em Matemática, dos estudantes brasileiros de 15 anos, na prova da OCDE



Fonte: MORENO (2016)

No gráfico acima, na vertical está representado o desempenho dos estudantes brasileiros submetidos ao Pisa, e na horizontal estão representados os anos de participação destes. Observa-se no gráfico que no período de 2000 a 2012 o resultado dos brasileiros no Pisa era crescente, porém a partir de 2012 esse desempenho começa a ter um decrescimento. Tendo como possíveis causas as más condições de trabalho para professores e não valorização destes, como também a falta de interesse dos alunos ao ensino tradicional.

Também vale ressaltar que no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), divulgados em 2018 pelo Ministério da Educação (MEC), 70% (setenta por cento) dos alunos que terminam o Ensino Médio no Brasil possuem aproveitamento em Matemática classificados inadequado e, de acordo com as estimativas da ONG Todos pela Educação, em 2030, apenas 2% (dois por cento) dos jovens recém-formados no Ensino Médio terão conhecimentos adequado nessa disciplina.

A necessidade de relacionar as ideias do contexto escolar para fins de aprendizagem pode ser um caminho que proporcione dar sentido aos conceitos, intencionando trabalhar relações entre o contexto escolar e o contexto quotidiano. Nesse viés pode ser possível introduzir os materiais didáticos manipuláveis como recursos auxiliares ao uso da metodologia da Resolução de problemas.

A possibilidade de aprender a partir das relações entre os contextos pode possibilitar relacionar saberes, investindo no processo de compreensão a partir da necessidade humana de resolver problemas práticos, situação bem enfatizada por BOYER, quando afirma que,

> [...] a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da “sobrevivência dos mais aptos” a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento de conceitos matemáticos. A princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças — a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da Lua e a retilínea de um pinheiro. Gradualmente deve ter surgido da massa de experiências caóticas, a percepção de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em número e forma nasceram a ciência e a matemática. (BOYER, 2010, p.1)

Seguindo esse raciocínio pode-se afirmar que para uma melhor percepção de conceitos matemáticos seria necessário iniciar o ensino do concreto para o abstrato, e não o contrário. Nessa direção, estudiosos da área de ensino vêm acenando ao longo dos tempos, sobre a relevância do apoio visual ou de visual tátil como facilitador da aprendizagem.

Segundo LORENZATO,

> [...] por volta de 1650, Comenius escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. Locke, em 1680, dizia da necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento. Cerca de cem anos depois, Rousseau recomendou a experiência direta sobre os objetos, visando à aprendizagem. Pestalozzi e Froebel, por volta de 1800, também reconheceram que o ensino deveria começar pelo concreto; na mesma época, Herbart defendeu que a aprendizagem começa pelo campo sensorial. Pelos idos de 1900, Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para construção do conhecimento, e Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemática. Mais recentemente, Montessori legou-nos inúmeros exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino que valorizam a aprendizagem através dos sentidos, especialmente do tátil, enquanto Piaget deixou claro que o conhecimento se dá pela ação refletida sobre o objeto; Vygotsky, na Rússia, e Bruner, nos Estados Unidos, concordaram que as experiências no mundo real constituem o caminho para a criança construir o seu raciocínio. (LORENZATO, 2006, p. 4)

A partir da concepção de relacionar abstrato e concreto, surge a ideia do material didático manipulável como alternativa para auxiliar no processo de construção e reconstrução de conceitos, visando possibilitar relações de proximidades do estudante com objetos de estudo, fazendo refletir acerca dele, e possibilitando a ele uma efetiva aprendizagem. Para LORENZATO (2006) o MDM quando utilizado de maneira correta pode ser uma excelente ferramenta para a construção do saber matemático. Porém, vale ressaltar segundo esse autor, que o MDM por si só não garante um bom ensino, nem tampouco uma aprendizagem significativa, visto que ele se constitui apenas como um instrumento a disposição do professor. E, portanto, é este sujeito que tem um papel fundamental no sucesso ou insucesso quando do uso desse recurso no processo de ensino e aprendizagem.

O envolvimento do docente é fator relevante tanto na escolha do material a ser usado, quanto em sua utilização. É por isso, que LORENZATO (2006) aconselha o educador antes de realizar a escolha do material didático, primeiro fazer a si mesmo algumas indagações, a respeito das razões pelas quais a utilização do MDM, é oportuna. É importante que o educador tenha clareza da viabilidade do MDM como ferramenta para favorecer, para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização, para facilitar a redescoberta e favorecer a aprendizagem dos alunos. Assim, essas indagações poderão facilitar a escolha do material mais conveniente à aula.

Pode-se pensar que um MDM é algo muito sofisticado, diferente de outros materiais encontrados com facilidade no cotidiano, porém de acordo com LORENZATO,

> O material didático (MD) é qualquer instrumento útil para o ensino aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros. (LORENZATO, 2006, p. 18).

Dessa forma, pode-se concluir que todo material quando utilizado para um fim pré-definido pelo educador pode tornar-se uma ferramenta útil ao ensino.

Por essas razões, e pensando na possibilidade de contribuir no processo de construção e reconstrução de conceitos presentes no estudo de função, mais precisamente a função polinomial de grau um, lançou-se mão do desenvolvimento do material didático manipulável “Balança Hidráulica” na perspectiva de auxiliar no uso da aplicação da metodologia da Resolução de Problemas, visando promover o sentido dos conceitos a partir do processo de contextualização dos saberes, fundamentado na abordagem de PAIS, segundo a qual.

> Como o saber escolar localiza-se entre o saber cotidiano e o saber científico, a teoria dos campos conceituais permite atribuir aos conceitos significados de natureza educacional, servindo de parâmetro orientador para que a educação escolar não permaneça na dimensão empírica do cotidiano nem se perca no isolamento da ciência pura. (PAIS, 2008, p.52)

É nessa vertente que o presente estudo se propõe compreender o sentido dos conceitos básicos de funções a partir dos contextos por meio do uso da Balança Hidráulica.

2.1 O estudo da função polinomial de grau um: fundamentos básicos

No dia a dia é comum se deparar com situações que envolvam uma relação entre grandezas. Um belo exemplo é a relação entre a quantidade de combustível consumida por um veículo a cada quilômetro, onde as grandezas “quantidade de combustível" e "quilômetros percorridos" estão diretamente relacionadas. Diversas dessas relações podem ser caracterizadas por um conceito matemático denominado função. O conceito de função é um conceito recente, uma vez que grande parte do seu desenvolvimento se deu nos séculos XVIII e XIX, a partir de estudos de matemáticos como: Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), Isaac Newton (1642-1727), Leonhard Euler (1707-1783) e Joseph Fourier (1768-1830).

Observe abaixo um exemplo de situação que envolve o conceito de função:

Exemplo 1:

O biodiesel é um tipo de biocombustível obtido a partir de plantas oleaginosas, como o algodão, o girassol, a mamona e a soja. Entre as vantagens na utilização desse combustível, pode-se destacar a menor emissão de gases poluentes na atmosfera, se comparado ao *diesel* comum, aquele obtido a partir do petróleo.

O quadro que segue estabelece relação entre a quantidade de mamona e a de biodiesel produzida.

Quadro 1: Relação entre as quantidades de mamona e biodiesel

Quantidade de Mamona (em t)	Quantidade de *Biodiesel* (em L)
1	560
2	1120
3	1680
4	2240
...	...
x	$560 \cdot x$

Fonte: Autor do estudo

Nota-se que existe uma relação entre as grandezas "quantidade de mamona" (x) e "quantidade de biodiesel" (q) produzida. Essa relação é um exemplo de função. Para determinarmos quantos litros de biodiesel são produzidos a partir de certa quantidade de mamona, podemos utilizar a seguinte relação:

$$q = 560x$$

Onde:

- q é quantidade de biodiesel em litros
- 560 é a quantidade de biodiesel produzida com 1t (tonelada) de mamona
- X é quantidade de mamona (em t)

Logo, pode-se afirmar que a “quantidade de biodiesel” produzida está em função da “quantidade de mamona” usada, ou seja, a produção de biodiesel depende da quantidade de mamona processada.

2.1.1 Produto cartesiano

Para se prosseguir o estudo do conceito de função é preciso rever alguns conceitos relacionados a ele. Um desses conceitos é o de produto cartesiano. De acordo com SOUZA,

> Dados dois conjuntos A e B não vazios, denominamos produto cartesiano de A por B, indicado por A x B, o conjunto cujos elementos são todos os pares ordenados (x, y), em que a 1ª coordenada pertence a A e a 2ª, a B:
> A x B=$\{(x, y)|\ x \in A\ e\ y \in B\}$. (SOUZA, 2013, p. 52)

Outro conceito que vale ser destacado são as leis associativas existentes entre os subconjuntos do produto cartesiano. As quais são denominadas relação de A em B.

Exemplo 2:

Considere, os conjuntos $A = \{-1, 1, 2\}$ e $B = \{-3, 2, 3\}$, e a relação R de A em B, definida por $y = 2x - 1$, com $x \in A$ e $y \in B$. Substituindo os valores de x na lei da relação, temos:

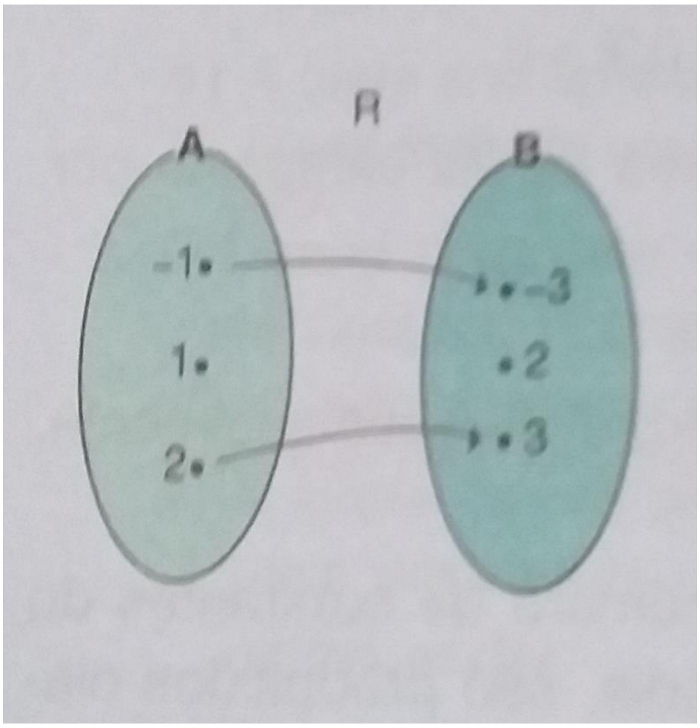
x	$y = 2x - 1$	(x, y)
-1	$y = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$	$(-1, -3)$
1	$y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$	$(1, 1)$
2	$y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$	$(2, 3)$

Como $A\ x\ B = \{(-1, -3), (-1, 2), (-1, 3), (1, -3), (1, 2), (1, 3), (2, -3), (2, 2),$

$(2,3)\}$, temos que $(-1,-3)$ e $(2,3)$ pertencem a $A \, x \, B$. Já $(1,1)$ não pertence a $A \, x \, B$. Como R tem de ser subconjunto de $A \, x \, B$, temos $R = \{(-1,-3),(2,3)\}$.

As relações podem ser representadas por diagramas de flechas ou por meio do plano cartesiano. Para o exemplo anterior pode-se construir o seguinte diagrama:

Figura 1: Diagrama de flechas do exemplo 2



Fonte: Souza (2013, p.52)

2.1.2 Conceito de função

Sejam os conjuntos A e B não vazios. Uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento x, pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B. Essa função pode ser indicada por:

$$f\colon A \to B \; ou \; A \xrightarrow{f} B \; (lê - se \; "função \; de \; A \; em \; B)$$

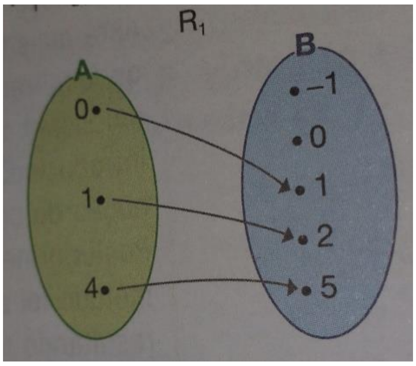
O conjunto A é denominado domínio, representado por $D(f)$ e, o conjunto B, o contradomínio da função f, dado por $CD(f)$. Cada elemento y de B que possui correspondente x em A, é chamado imagem de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado de conjunto imagem da função, indicado por $Im(f)$.

Exemplo 3:

Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 4\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 5\}$ e as seguintes relações de A em B:

- $R_1 = \{\{(x, y) \in AXB | y = x + 1\}$

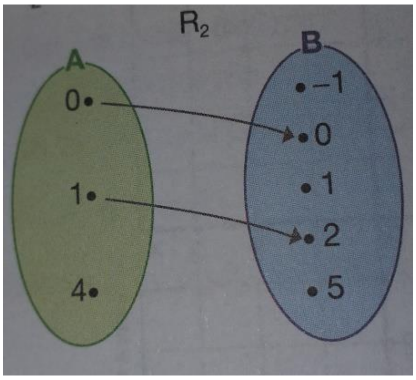
Figura 2: Diagrama de flechas da relação $\boldsymbol{R_1}$



Fonte: Souza (2013, p. 52)

- $R_2 = \{\{(x, y) \in AXB | y = 2x\}$

Figura 3: Diagrama de flechas da relação $\boldsymbol{R_2}$



Fonte: Souza (2013, p. 52)

Considerando as relações acima, temos que:

- R_1 é uma função, pois a cada elemento de A corresponde um único elemento de B.
- R_2 não é uma função, pois existe um elemento de A que não tem correspondente em B.

2.1.3 Definindo a função polinomial de grau 1

Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa ao número $ax + b$, com a e b reais e $a \neq 0$, é chamada função afim.

$$x \to ax + b$$

$$f(x) = ax + b \text{ ou } y = ax + b$$

Dizemos que a e b são os coeficientes da função.

Exemplos:

a) $f(x) = x - 5, com\ a = 1\ e\ b = -5$

b) $g(x) = 2x + 15, com\ a = 2\ e\ b = 15$

Casos particulares de função afim:

1) Função linear:

Uma função afim $f(x) = ax + b,\ com\ b = 0$, é chamada função linear.

$$x \to ax$$

$$f(x) = ax \text{ ou } y = ax$$

Exemplos:

a) $f(x) = 2x, com\ a = 2\ e\ b = 0$

b) $f(x) = -3x, com\ a = -3\ e\ b = 0$

2) Função identidade:

Uma função afim $f(x) = ax + b,\ com\ a = 1\ e\ b = 0$, é chamada função identidade.

$$x \to x$$

$$f(x) = x \; ou \; y = x$$

Exemplos:

a) $f(x) = x, com \; a = 1 \; e \; b = 0$

3) Função constante:

Uma função afim $f(x) = ax + b$, $com \; a = 0$, é chamada função constante.

$$x \to b$$

$$f(x) = b \; ou \; y = b$$

Exemplos:

a) $f(x) = -2, com \; a = 0 \; e \; b = -2$

b) $f(x) = 3, com \; a = 0 \; e \; b = 3$

2.1.4 Gráfico de uma função afim

Uma das formas de se construir o gráfico de uma função afim é atribuindo valores à variável independente, ou seja, a x. E com isso obtendo pares ordenados e representando-os em plano cartesiano.

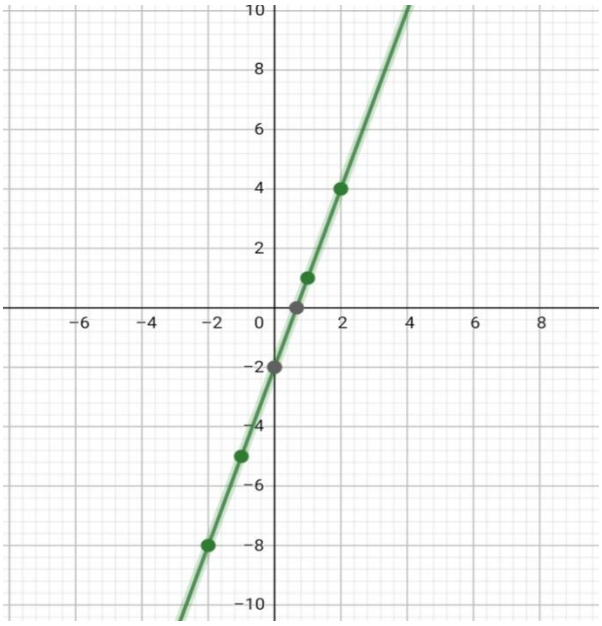
Exemplo: Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por: $f(x) = 3x - 2$. Construir o gráfico dessa função.

Primeiramente, atribuindo valores a x e calculando valores correspondentes para y, determina-se os pares ordenados (x, y). Em seguida, representam-se esses pares ordenados no plano cartesiano.

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x) = 3x - 2}$	$\boldsymbol{(x, y)}$
-2	$f(-2) = 3 \cdot (-2) - 2 = -8$	$(-2, -8)$
-1	$f(-1) = 3 \cdot (-1) - 2 = -5$	$(-2, -5)$
0	$f(0) = 3 \cdot 0 - 2 = -2$	$(0, -2)$
1	$f(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1$	$(1, 1)$
2	$f(2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4$	$(2, 4)$

Traçando o gráfico de f a partir dos pontos determinados, temos:

Gráfico 2: Representação da função $\boldsymbol{f(x) = 3x - 2}$



Fonte: Autor do estudo

Observando o gráfico de f, percebe-se que ele é uma reta, onde são representados todos os pares ordenados pertencentes à função.

2.1.5 Zero de uma função afim

O zero ou raiz de uma função afim f é todo valor x de seu domínio tal que $f(x) = 0$ e que, graficamente, corresponde ao ponto em que o gráfico intercepta o eixo X.

Sendo assim:

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

Então, a raiz da função $f(x) = ax + b$ é a solução da equação do 1º grau $ax + b = 0$.

Exemplo:

a) Calcule o zero da função $f(x) = 2x - 2$.

Para f(x)=0:

$2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

Logo, o zero ou raiz da função $f(x) = 2x - 2$ é 1.

2.1.6 Coeficientes de uma função afim

Em uma função afim $f(x) = ax + b$, o coeficiente b é chamado coeficiente linear e o coeficiente a é chamado coeficiente angular ou declividade, também conhecido como taxa de crescimento/decrescimento. O coeficiente angular está associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função.

2.1.7 Função crescente e função decrescente

Uma função é crescente se, e somente se, ao aumentarmos os valores de x pertencente ao domínio da função, os valores correspondentes de y no conjunto imagem também aumentam. Por outro lado, é decrescente se, e somente se, ao aumentarmos os valores de x**,** os valores correspondentes a $\boldsymbol{y}$ diminuem.

Em uma função afim, se o coeficiente angular é positivo, a função é crescente. Se for negativo, a função é decrescente.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Na implementação do estudo foi adotado o procedimento metodológico de natureza qualitativa, vislumbrando a realização de uma releitura dos conceitos de função polinomial de grau 1 a partir de uma abordagem mais lúdica e dinâmica, tomando como parâmetro a construção de uma sequência didática alinhada à metodologia da Resolução de Problemas, adotando o material didático manipulável “Balança Hidráulica”, como instrumento auxiliar ao processo de construção e reconstrução de conceitos matemáticos.

O objetivo principal se configura na proposição e discussão de um recurso didático para o trabalho docente em matemática, que auxilie na construção de sentido pelo discente, na compreensão de um conteúdo matemático, tal proposição é fundamentada na ideia de sequência didática, a qual, segundo ARAÚJO (2013, p. 322), diz respeito ao "[...] modo de o professor organizar as atividades de ensino em função de núcleos temáticos e procedimentais".

A proposição foi desenvolvida a partir de um experimento elaborado com ênfase no ensino da matemática através da metodologia da Resolução de Problemas, aliada a teoria da Formação de Conceitos e Campos Conceituais (PAIS, 2008), integrando às etapas da referida metodologia com a proposta dos materiais didáticos manipuláveis, especificamente da "Balança Hidráulica".

Conforme já foi mencionado, é uma metodologia que se constitui em ferramenta auxiliar no ensino de Matemática, que pode ser utilizado durante uma aula prática de matemática, enfatizando o conteúdo de função polinomial de grau 1, tendo como base a aplicação dos fundamentos da metodologia da Resolução de Problemas, visto que o MDM pode fornecer a possibilidade da situação problema, marco inicial da resolução de problemas, ser externada.

O conteúdo para realização da proposição é comumente desenvolvido na programação de ensino do 1º série/ano do Ensino Médio, última etapa da educação básica, conforme determina a Base Nacional Comum Curricular.

Num primeiro momento, foi realizada uma discussão sobre o material didático "Balança Hidráulica", como proposta para o trabalho docente em matemática, tomando como referência as ideias defendidas por LORENZATO, PAIS e POLYA, buscando estabelecer relações com outras situações contextuais que também pudessem se adequar às aplicações de funções, visando dar sentido aos conceitos básicos relacionados, bem como a possibilidade de compreensão de ideias implícitas na definição de função polinomial de grau 1.

Por fim, foi construída uma sequência didática intitulada de "Desmistificando conceitos implícitos na função: uma visão matemática pela Balança Hidráulica", organizada de acordo com as fases e procedimentos que seguem: idealizando a situação problema; construindo a réplica da Balança Hidráulica; identificando conceitos matemáticos relacionados à situação problema pela relação teoria e prática; relacionando conceitos através do gráfico e da lei associativa.

4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: FASES E PROCEDIMENTOS

Esse espaço do estudo foi destinado à construção de uma sequência didática com enfoque no estudo da função polinomial de grau 1, dando destaque as fases e procedimentos a serem adotados.

Uma sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores, como pelos estudantes”. ZABALA (2007, p. 18).

Nesse sentido a sequência didática tem como foco o ensino da matemática a partir da Resolução de Problemas e será desenvolvida por etapas de acordo com orientações posteriores.

Nessa direção, o marco inicial será a identificação da situação problema, que possa permitir estabelecer relações entre o mundo real e o contexto escolar, visando promover o estímulo necessário à compreensão da matemática, em especial a compreensão dos conceitos correlacionados.

Nesse caso, o saber cotidiano é fruto da convivência diária, onde são aprendidos e praticados conhecimentos utilizados no dia a dia. Um leigo quando observa o comportamento da medição da massa de um produto em uma feira livre, certamente não percebe os conceitos matemáticos relacionados àquele contexto.

É importante destacar que o saber escolar se refere à identificação de um tipo de conhecimento curricular que pode desenvolver relações entre os contextos.

O comportamento da balança observado por um leigo pode ser relacionado ao saber escolar. Assim, podem ser definidas relações que direcionem as criações do mundo real aos conceitos matemáticos abstratos.

No que se refere ao comportamento da Balança Hidráulica, o saber científico trabalha os conceitos mais definidos. Diferentemente do saber cotidiano, que trabalha conceitos simples que relacionam a vivência ou prática do dia a dia do leigo.

O fato de relacionar o conhecimento matemático escolar com a realidade do sujeito aprendiz não é necessariamente uma forma de abordar o cotidiano do sujeito, mas pode produzir relações entre o conhecimento cotidiano e o conhecimento escolar.

A partir da réplica da “Balança Hidráulica”, deseja-se investigar o comportamento da dinâmica, implícito no processo prático, onde os valores relacionados às massas e volumes respectivos podem caracterizar uma função matemática.

O uso da Balança Hidráulica, como MDM, tem como objetivo identificar conceitos abstratos procurando relacioná-los com o concreto. Nessa direção, observando o comportamento da balança a partir do conhecimento formal é possível identificar conceitos matemáticos tais como: variáveis, variáveis de domínio, par ordenado, gráfico da função e lei associativa, possibilitando estabelecer relações com elementos presentes na situação real tais como: a fração que se constitui pela relação entre massa e volume deslocados.

O uso do MDM no ambiente escolar pode contribuir na assimilação de conceitos relacionados às funções. O saber escolar é valorizado dentro do universo escolar como sendo o conhecimento legítimo, capaz de conferir a seus participantes um determinado conhecimento, que se institui como aquele capaz de transcender ao contexto escolar, habilitando-os à vivência na sociedade. (PAIS, 2008, p. 59).

Partindo da dinâmica da “Balança Hidráulica” pode ficar perceptível que um leigo que não possui conhecimento escolar e, nem científico suficiente, pode fazer relações entre conceitos matemáticos referentes ao processo de funcionamento dessa ferramenta.

A partir do processo de estabelecimento da relação entre o saber escolar e o saber científico, torna-se possível compreender relações entre a dinâmica do movimento e os conceitos matemáticos.

O saber cotidiano é entendido, nessa relação, dentro do universo escolar, como um conhecimento associado às práticas diárias, próprias de cada indivíduo, fora do contexto escolar. Tal conhecimento é visualizado como aquele que pertence à vida real, mas, que pode ser útil, no sentido de proporcionar relações com os conceitos abstratos a serem discutidos no contexto escolar.

Assim sendo, o foco desse estudo trata do desenvolvimento de uma sequência didática que vise aprimorar o ensino das funções polinomiais de grau 1, a partir da metodologia da Resolução de Problemas, buscando integrar o uso dessa metodologia ao uso do Material Didático Manipulável “Balança Hidráulica”.

Nesse contexto, ONUCHIC e ALLEVATO, comentam:

> O ensino-aprendizagem de um tópico matemático deve sempre começar com uma situação-problema que expressa aspectos chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis à situação-problema dada. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos). (2004, p. 222).

Nessa direção seguem as fases e procedimentos que constituem a sequência didática proposta.

1.1 Sequência didática

Título: Desmistificando conceitos implícitos na função: uma visão matemática pela Balança Hidráulica

1.1.1 Primeira fase: Idealizando a situação problema

Intencionando relacionar a matemática do contexto escolar com a matemática do mundo real, foi idealizada a situação problema conforme segue: Partindo de uma situação real estabelecida na Balança Hidráulica através da relação entre as variáveis, volume e massa, é possível construir relações matemáticas que possam externar o sentido dos conceitos presentes na situação problema?

Sabe-se que o ensino da Matemática centrado na reprodução do conhecimento e dissociado dos contextos pode não estimular a capacidade criativa do aluno e o gosto por essa ciência. A Matemática quando assim ensinada torna-se chata, maçante e sem sentido. Neste caso nota-se um grande distanciamento do que é vivenciado no cotidiano tanto dos alunos como dos professores. Esta ciência tão presente nos diversos contextos não pode estar distante do ambiente da sala de aula. Segundo PAIS:

> Como o saber escolar localiza-se entre o saber cotidiano e o saber científico, a teoria dos campos conceituais permite atribuir aos conceitos um significado de natureza educacional, servindo de parâmetro orientador para que educação escolar não permaneça na dimensão empírica do cotidiano nem se perca no isolamento da ciência pura. Nesse sentido, é inadequado isolar o contexto de elaboração de uma noção, cabendo a didática desenvolver situações que intervenha não apenas um único conceito, mas uma diversidade deles. (PAIS, 2008, p. 52)

O ensino dissociado dos contextos pode contribuir para que não se perceba as relações que possam existir entre o saber escolar e sua aplicabilidade para além da sala de aula. Por essa razão, para Marcelo Viana (ALVES, 2016), diretor do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), o ensino da Matemática no Brasil é catastrófico tanto pela formação dos professores, quanto pela forma como a ensina. Ainda segundo ele, as crianças no início gostam da Matemática, mas os professores ao ensiná-la fazem com que percam esse gosto. Este é um fato pode ser comprovado a partir do que é proposto nos livros didáticos da educação básica e que pode ser observado na proposta dos problemas presentes nas provas das olimpíadas de Matemática, pois tratam de situações que apesar de fazerem referência aos mesmos conteúdos, deixam lacunas que podem indicar um distanciamento entre a Matemática trabalhada no contexto escolar e a Matemática do contesto das olimpíadas.

Em parte esta proximidade poderia acontecer se fossem introduzidas ao seu ensino, atividades que propiciem ao aluno relacionar o conteúdo estudado em sala, com situações vivenciadas no seu dia a dia. Estas atividades se constituem em tese, situações problemas criadas com esse intuito. A contextualização como ferramenta metodológica pode estimular o gosto pela Matemática como também a curiosidade.

Tomando como referência a ideias de POLYA (1995, p. 3), outro caminho que pode contribuir no processo de compreensão é o ensino através de situações problemas. Nessa direção pode-se trazer uma situação específica de um determinado contexto e relacioná-la através de um material didático manipulável criando-se possibilidades para que a compreensão ocorra. Para POLYA (1995, p. 3), o ensino da Matemática se constitui de processos sequenciados cujo intuito é a real compreensão do que é estudado. Segundo ele, a aprendizagem matemática deve ser vinculada aos sentidos dos conceitos, pois, esta ciência é muito mais que números e fórmulas e está presente nas diversas situações cotidianas.

Por essas razões, acredita-se que o uso de materiais que possam auxiliar no processo de compreensão pode ser relevante, pois a partir destes podem ser criadas possibilidades através das quais as situações problema possam ser externadas.

1.1.2 Segunda fase: Construindo a réplica da Balança Hidráulica

A Balança Hidráulica é um MDM idealizado no Laboratório de Ensino de Matemática que tem como função relacionar massa e volume de materiais diversos, na intenção de facilitar o processo de compreensão de conceitos relacionados ao estudo das funções. Este MDM foi construído a partir de dois cilindros de materiais descartáveis, sendo que ambos foram obtidos de garrafas pet transparentes, conforme indica a figura 4:

Figura 4: Balança Hidráulica

Fonte: Autor do estudo

O cilindro de diâmetro maior, denominado de cilindro externo é aberto em sua base superior. Já o cilindro de diâmetro menor, denominado de cilindro interno, possui bases fechadas.

Construídos cada cilindro separadamente e colocado o de menor diâmetro no interior do cilindro de diâmetro maior, procedeu-se o processo de calibração da escala da balança.

A calibração da balança iniciou-se com a definição do volume inicial, conforme figura 5:

Figura 5: Escala da Balança Hidráulica

Fonte: Autor do estudo

Para efeito de facilitação do processo de calibração da escala da balança foi necessário definir o volume inicial de água a ser adicionado no cilindro externo.

A figura 6 trata do processo de calibração da escala da balança e tem como finalidade possibilitar uma visualização mais detalhada das etapas que foram idealizadas haja vista a necessidade de compreender a construção do MDM, bem como o seu uso.

Figura 6: Calibração da Balança Hidráulica

Fonte: Autor do estudo

O processo de calibração ocorreu com o auxílio de um Becker calibrado em mililitros, onde foram colocadas seguidas vezes volumes de água de 50 ml (figura 7), até alcançar o volume de 1200 ml, considerado o volume inicial. Esse volume inicial foi determinado através da observação do deslocamento do liquido entre os cilindros. Pelas observações também foi adotado um volume máximo de 2000 ml.

Figura 7: Becker calibrado em mililitros

Fonte: Autor do estudo

Esse volume foi adotado como máximo, pelo fato da necessidade de evitar dificuldades de leituras de volumes transbordados do recipiente.

Também se entendeu como necessário observar, inicialmente, o deslocamento do liquido entre os recipientes, haja vista a relevância desse deslocamento no processo de coleta das variáveis envolvidas na investigação. A partir do volume inicial, foram adicionados outros volumes de 50 ml de água para a construção de uma escala, que visa auxiliar na identificação do volume deslocado quando colocadas as massas sobre o cilindro interno. A escala foi construída partindo do volume inicial de 1200 ml, variando de 50 ml, até atingir um volume final de 2000 ml. Conforme indica a figura 8:

Figura 8: Balança Hidráulica em seu estágio final de construção.

Fonte: Autor do estudo

Em seguida a construção da réplica da balança escolheram-se os materiais a serem utilizados como massas, buscando-se para isso materiais de densidades distintas, por acreditar que materiais de densidades diferentes poderiam proporcionar deslocamentos diferentes quando fossem colocados sobre o cilindro interno da balança.

Visando facilitar todo o processo de construção das massas a serem usadas na investigação, foi utilizada uma balança eletrônica calibrada em gramas para determinar as quantidades de massa de cada material a ser utilizado, como é mostrado na figura que segue.

Figura 9: Determinando massas pela balança eletrônica

Fonte: Autor do estudo

Materiais a serem utilizados para definição das massas com o auxilio da balança eletrônica: fubá, feijão e sal. O fubá, por exemplo, foi dividido em massas de 70g, 140g e 210g. Já o feijão foi dividido em massas de 90g, 180g e 270g. E por último o sal foi dividido em massas de 80g, 160g e 240g. Em seguida a esse processo deu-se a próxima etapa.

1.1.3 Terceira fase: Identificando conceitos matemáticos relacionados à situação problema: relacionando teoria e prática

O funcionamento da balança tem como propósito relacionar as grandezas massa e volume, grandezas essas que serão adotadas como variáveis, haja vista que se pretende relacionar o MDM construído com conceitos básico presentes nos estudos das funções. Nesse sentido, pretende-se observar o deslocamento do liquido entre os cilindros, quando o cilindro interno for submetido a efeitos provocados por variação de massas.

Observando a figura 10 perceber-se que à medida que são adicionadas massas sobre o cilindro interno possibilitam-se um deslocamento da água entre os cilindros.

Figura 10: Balança Hidráulica em funcionamento

Fonte: Autor do estudo

Das relações entre os deslocamentos da água entre os cilindros, com as massas que o provocam, construíram-se as tabelas que seguem, nas quais se podem perceber relações entre variáveis.

Quadro 2: Relações entre as massas do fubá e os volumes de água deslocados

Massa (g)	Volume

	(ml)
0	1200
70	1287,5
140	1375

Fonte: Autor do estudo

Quadro 3: Relações entre as massas do sal e os volumes de água deslocados

Massa (g)	**Volume (ml)**
0	1200
70	1287
160	1375

Fonte: Autor do estudo

Quadro 4: Relações entre as massas do feijão e os volumes de água deslocados

Massa (g)	**Volume (ml)**
0	1200
90	1300
180	1400

Fonte: Autor do estudo

Por meio destes dados contidos nas tabelas acima obtidos pela manipulação do Material Didático Manipulável, pode-se compreender conceitos relacionados a ideia de função, tais como par ordenado, coeficientes linear e angular, crescimento e decrescimento de uma função.

1.1.4 Quarta fase: discutindo conceitos relacionados ao MDM: uma visão pela construção de mapa conceitual

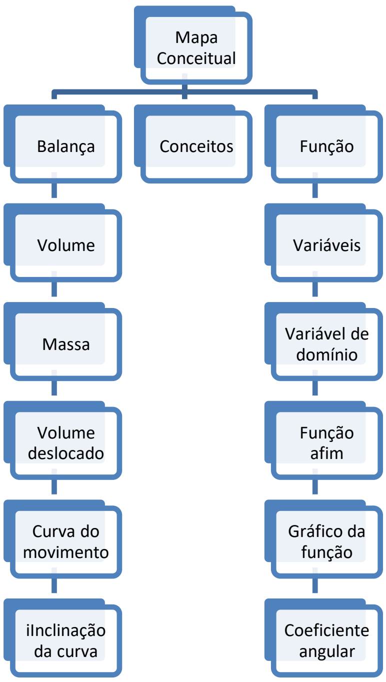
A utilização do MDM Balança Hidráulica tem como foco principal identificar conceitos abstratos e relacionar com ideias concretas. Nesse sentido, analisando o comportamento da balança, a partir do conhecimento formal é possível identificar conceitos matemáticos tais como: variáveis, variáveis de domínio, par ordenado, representação gráfica de uma função e lei de associativa, sendo possível estabelecer relações com elementos presentes em situações reais, como: a massa e o volume deslocado.

O mapa conceitual a seguir mostra uma relação entre conceitos a partir do MDM, possibilitando assim uma interpretação mais dinâmica do deslocamento da agua entre os cilindros executado pela balança hidráulica.

De acordo MOREIRA,

> Mapas conceituais são diagramas de significados, de relações significativas; de hierarquias conceituais, se for o caso. Isso também os diferencia das redes semânticas que não necessariamente se organizam por níveis hierárquicos e não obrigatoriamente incluem apenas conceitos. Mapas conceituais também não devem ser confundidos com mapas mentais que são livres, associacionistas, não se ocupam de relações entre conceitos, incluem coisas que não são conceitos e não estão organizados hierarquicamente. (1993, p.143-156).

O mapa conceitual que segue apresenta conexões entre conceitos relacionados aos contextos em que a Balança Hidráulica pode envolver. Em se tratando da função polinomial de grau 1, a função afim, evidenciada nessa discussão, é possível perceber conexões entre conceitos que podem contribuir no processo de compreensão matemática.



Visando discutir elementos presentes no mapa conceitual resolveu-se dar destaque as ideias consideradas necessárias quando a compreensão de conceitos envolvidos. Observando elementos do contexto real percebe-se que na estrutura do material didático em discussão aparecem elementos de destaque tais como: massa, volume deslocado e curva do movimento.

Levando em conta o contexto matemático é relevante dar destaque a alguns conceitos que serão utilizados no intuito de relacionar os contextos envolvidos.

Nessa direção vale destacar os conceitos de variáveis, domínio, função polinomial de grau 1, coeficientes angular e linear. Partindo do contexto real percebe-se que a massa e volume deslocado são elementos conceituais que no contexto matemático representam as variáveis envolvidas no processo.

Vale destacar que a massa e a variável de domínio, pois para haver variação de volume primeiro é necessário haver variação da massa. O deslocamento da água entre os cilindros e a curva do movimento estão relacionados à função polinomial de grau 1, mais especificamente a função afim. Quando se fala em inclinação da reta, representação gráfica da função afim refere-se à relação do coeficiente angular com o gráfico da função.

1.1.4.1 Identificando variáveis

No funcionamento da balança percebe-se o deslocamento do líquido entre os cilindros. Tal deslocamento ocorre quando há variação das massas na Balança Hidráulica em funcionamento. Verifica-se que ao relacionar as variáveis, massa e volume deslocado, obtêm-se pares ordenados que, quando representados no plano cartesiano, caracterizam o comportamento da relação entre as variáveis envolvidas.

1.1.4.2 Identificando a variável de domínio

Analisando as variáveis envolvidas no processo percebe-se que a massa do material usado se caracteriza como variável de domínio ou variável independente, pois, só existe deslocamento do líquido entre os cilindros se houver variações na quantidade de massa. Observa-se ainda que, para infinitésimos de massas há infinitésimos de volumes deslocados, mesmo que essa possibilidade seja imperceptível. Essas variações caracterizam a ideia de continuidade.

1.1.4.3 Relacionando variáveis pela ideia de par ordenado

De acordo com as tabelas a seguir, a variável de domínio será representada pela massa do material escolhido e a variável dependente será o volume de água deslocado entre os cilindros na Balança Hidráulica em funcionamento. Para cada material foram utilizadas três amostras, como é descrito nas tabelas que seguem:

Quadro 5: Relações entre as massas do fubá e os volumes de água deslocados

Massa (X)	Volume (Y)	(X, Y)
0	1200	(0, 1200)
70	1287,5	(70, 1287.5)
140	1375	(140, 1375)

Fonte: Autor do estudo

Quadro 6: Relações entre as massas do sal e os volumes de água deslocados

Massa (X)	Volume (Y)	(X, Y)
0	1200	(0, 1200)
70	1287	(70, 1287)
160	1375	(160, 1375)

Fonte: Autor do estudo

Quadro 7: Relações entre as massas do feijão e os volumes de água deslocados

Massa (X)	Volume (Y)	(X, Y)
0	1200	(0, 1200)
90	1300	(90, 1300)
180	1400	(180, 1400)

Fonte: Autor do estudo

De posse desses dados partiu-se para a etapa da representação gráfica da dinâmica ocorrida para cada material usado.

1.1.4.4 Construindo a curva representativa da dinâmica do processo balança

A Balança Hidráulica é um material didático manipulável, que possibilita discutir conceitos de função, tais como: variáveis, par ordenado, coeficientes angular e linear. No estudo em evidência o uso do gráfico permite visualizar o comportamento da dinâmica e, posteriormente, determinar os modelos matemáticos relacionados, usando a modelagem matemática.

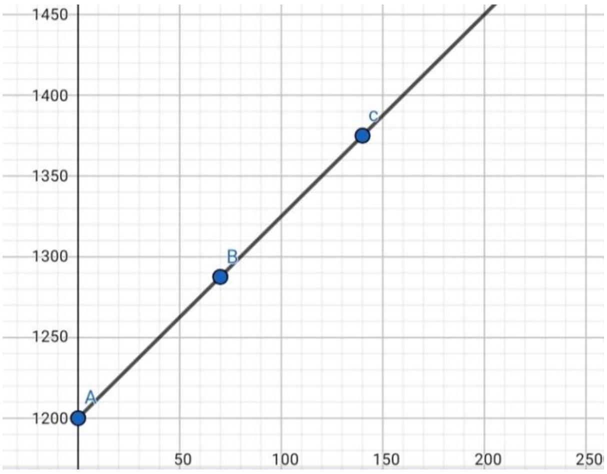
Conforme BASSANEZI:

> Modelagem Matemática e um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. E uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (2016, p. 24).

Nessa perspectiva, pode-se afirmar que a Modelagem Matemática é o caminho que envolve a elaboração de um modelo que tenta descrever matematicamente um fenômeno da nossa realidade a fim de compreendê-lo através do estudo, interpretando conceitos que se relacionem a tal fenômeno, podendo ser uma metodologia de ensino, denominada de modelação, adequada para o trabalho com as funções, haja vista os processos dinâmicos relacionados aos fenômenos reais que podem ser representados por modelos matemáticos.

Tomando-se como referência os dados fornecidos pelas tabelas do tópico anterior e, representando os pontos da mesma no plano cartesiano obtém-se a reta representativa da dinâmica da balança, relacionada aos deslocamentos da água quando submetido às massas dos materiais. Os gráficos que seguem representam o comportamento dessa dinâmica.

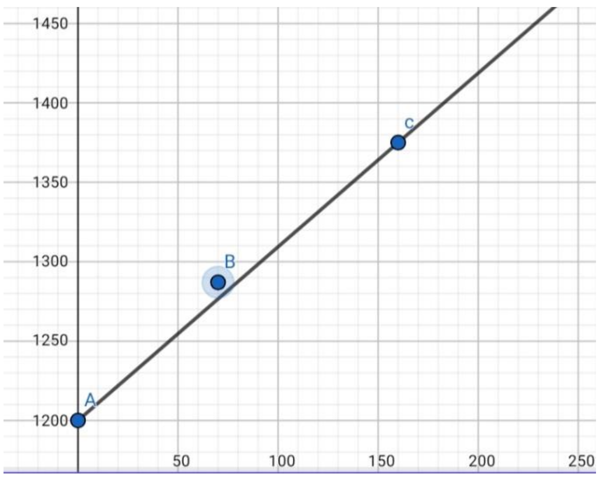
Gráfico 3: Relações entre as massas do fubá e os volumes de água deslocados



Fonte: Autor do estudo

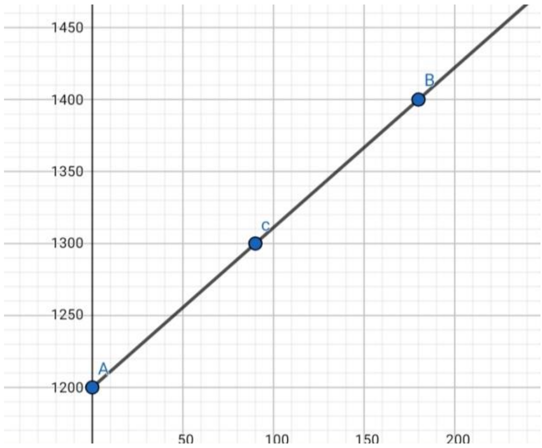
Gráfico 6: Relações entre as massas do sal e os volumes de água deslocados

Gráfico 4: Relações entre as massas do sal e os volumes de água deslocados



Fonte: Autor do estudo

Gráfico 5: Relações entre as massas do feijão e os volumes de água deslocados



Fonte: Autor do estudo

1.1.4.5 Determinando a lei associativa pela ideia da modelagem matemática

Para se determinar a lei associativa relacionada ao comportamento da água quando a balança foi submetida às massas fez-se uso do Software Geogebra. A lei associativa do gráfico referente ao gráfico 03 é dada por $f(x) = 1{,}25x + 1200$. Já a lei associativa referente ao gráfico 04 é dada por $s(x) = 1{,}09x + 1200$ e para o gráfico 05, é dada por $h(x) = 1{,}11x + 1200$.

1.1.4.6 Interpretando resultados a partir das relações entre contextos

Nos gráficos de cada uma dessas funções pode-se notar que o valor da ordenada do ponto em que as retas interceptam o eixo y é igual ao coeficiente b da função. Por exemplo, na função $f(x) = 1{,}25x + 1200$, temos $b = 1200$, e o gráfico intercepta o eixo y no ponto de coordenadas $(0, 1200)$. Nesse caso o coeficiente linear da função é o volume inicial da balança 1200 ml.

Pode-se notar ainda nos gráficos dessas funções que cada uma possui um coeficiente a específico, o qual está diretamente ligado sua inclinação. Por essa razão esse coeficiente a é chamado angular ou declividade. Por exemplo, na função $f(x) = 1{,}25x + 1200$, temos $a = 1{,}25$, ou seja, o coeficiente angular de função é 1,25. Já nas funções $s(x) = 1{,}9x + 1200$ e $h(x) = 1{,}11x + 1200$, os coeficientes angular são respectivamente $1{,}9$ e $1{,}11$.

Outra questão relevante a ser observada, que pode ser estudada posteriormente, é o sentido do coeficiente angular. Usando os valores dos volumes de água deslocados relacionados às massas, pode-se estudar o sentido desse coeficiente através da taxa de variação $\frac{\Delta v}{\Delta m}$, o que representa a variação do volume em função da massa, o que, do ponto de vista prático representa o inverso da densidade do material.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo da história e nos dias atuais é sabido que as funções são indispensáveis no cotidiano e na vida escolar. Contudo essa mesma história, evidencia que tais conceitos quando discutidos isoladamente fora de contexto, acarretam em rejeições no ambiente escolar, em razão da acidez e abstração com que são tratados por uma escola desconectada com as vivências cotidianas.

Nesse cenário a contextualização é o único meio que pode suscitar o interesse dos alunos, visto que, por meio dela, os conteúdos matemáticos podem ser vinculados a outras áreas do conhecimento, bem como, com situações do cotidiano dos sujeitos. Alinhado a isso se torna indispensável ao professor lançar mão de alternativas didáticas como o MDM que propiciem a superação da mera abstração que predomina nas escolas no trato dos conteúdos matemáticos.

As particularidades relacionadas ao campo das funções, acrescidas da ausência de clareza do livro didático, a julgar por, frequentemente, existir um distanciamento entre as discussões do contexto escolar e do contexto real podem aumentar a incompreensão pelo sujeito aprendiz.

Diante do que foi exposto no presente estudo, pode-se concluir que o ensino da Função vai muito além do que expor o conteúdo e acreditar que somente com isso, o aluno conseguirá resolver os problemas. Alternativas simples como a que apontamos nesse trabalho evidenciam que é possível superar esse equívoco. Entende-se que é necessária uma metodologia em que o professor interaja, questione, tire dúvidas e, enfim, auxilie o aluno o tempo todo se colocando como mediador no processo de ensino e aprendizagem, especialmente ao longo de todo o processo da escolaridade básica que abrange do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

As questões ora suscitadas servem como indução à necessidade de redimensionamento constante no trabalho do professor no sentido de tornar sua abordagem o mais interessante possível para os discentes, de forma a procurar atribuir sentido real aos conhecimentos matemáticos trabalhados no ambiente escolar.

REFERÊNCIAS

ALVES, Gabriel. **Ensino de Matemática no Brasil é catastrófico, diz novo diretor do Impa**, 2016. Disponível em:< http://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2016/01/1734373-ensino-de-matematica-no-brasil-e-catastrofico-diz-novo-diretor-do-impa.shtml>. Acesso em: 23 de out. 2019.

ARAUJO, D. L. **Entre palavras**, Fortaleza - ano 3, v.3, n.1, p. 322-334, jan/jul, 2013.
ARAUJO, I.S.; BRANDÃO, R.V.; VEIT, E.A. **A modelagem científica de fenômenos físicos e o ensino de física**. Física na Escola, São Paulo, v.9, n.1, 2008, p. 10-14.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. – São Paulo: Contexto, 2016.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de Ensino de Matemática e materiais didático manipuláveis. In: LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. P. 3-37
.
MOREIRA, M.A. e BUCHWEITZ, B. (1993). **Novas estratégias de ensino e aprendizagem: os mapas conceituais e o Vê epistemológico**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas
.
MORENO, Ana Carolina. **Brasil cai em ranking mundial de educação em ciências, leitura e matemática**, 2016. Disponível em:<https://g1.globo.com/educacao/noticia/brasil-cai-em-ranking-mundial-de-educacao-em-ciencias-leitura-e-matematica.ghtml>. Acesso em: 20 de out. 2019.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**/ Luiz Carlos Pais. – 2. ed. 2. Reimp. – Belo Horizonte: Autêntica. 2008. P. 56-128. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 3).

PAZ, Alexandre. **Conheça o gaúcho que é um dos maiores youtubers de matemática da América Latina**, 2019. Disponível em:< https://gauchazh.clicrbs.com.br/educacao-e-emprego/noticia/2019/08/conheca-o-gaucho-que-e-um-dos-maiores-youtubers-de-matematica-da-america-latina-cjzdhgb7m036m01qm2bbo7ve3.html>. Acesso em: 16 de ago. 2019.

POLYA, G. George, A **arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. – reimpr. – Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.
ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A: CALIBRAÇÃO DA BALANÇA HIDRÁULICA

Fonte: Autor do estudo

APÊNDICE B: BALANÇA HIDRÁULICA EM SEU ESTÁGIO FINAL

Fonte: Autor do estudo