INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS

CAMPUS MACEIÓ

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUCAS DE ALMEIDA MELO

RUBEM CÉSAR DE HOLANDA ARAÚJO

TEOREMA DE TALES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA ENVOLVENDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

MACEIÓ - AL

2023

LUCAS DE ALMEIDA MELO

RUBEM CÉSAR DE HOLANDA ARAÚJO

TEOREMA DE TALES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA ENVOLVENDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto federal de Alagoas, *Campus* Maceió, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Vivia Dayana Gomes dos Santos

MACEIÓ – AL

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal de Alagoas
Campus Maceió
Biblioteca Benevides Monte

M528t Melo, Lucas de Almeida.
Teorema de tales : uma proposta didática envolvendo a história da matemática / Lucas de Almeida Melo, Rubem César de Holanda Araújo. - Maceió, 2023.
45 f. : il.

Orientação: Profª. Vivia Dayana Gomes dos Santos.
Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Alagoas, Campus Maceió. Maceió, 2023.

Arquivo no formato digital em PDF do trabalho acadêmico.

1. Matemática – Ensino - Brasil. 2. Teorema de tales. 3. Matemática – História. I. Araújo, Rubem César de Holanda. II. Título.

CDD:510.1

Naiva Maria Amaral
Bibliotecária – CRB-4/989

LUCAS DE ALMEIDA MELO

RUBEM CÉSAR DE HOLANDA ARAÚJO

TEOREMA DE TALES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA ENVOLVENDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Aprovado em 07 de Junho de 2023.

Banca examinadora

gov.br Documento assinado digitalmente
VIVIA DAYANA GOMES DOS SANTOS
Data: 11/07/2023 19:10:51-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof.º Vivia Dayana Gomes dos Santos
Instituto Federal de Alagoas – Campus Maceió

gov.br Documento assinado digitalmente
ANDERSON RANGEL BATISTA SIQUEIRA
Data: 13/07/2023 17:32:37-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof º Anderson Rangel Batista Siqueira
Instituto Federal de Alagoas – Campus Maceió

gov.br Documento assinado digitalmente
TIAGO MARINHO DA SILVA
Data: 13/07/2023 19:17:13-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof º Tiago Marinho da Silva
Instituto Federal de Alagoas – Campus Maceió

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos primeiramente de agradecer a Deus por ter nos guiado até aqui, aos nossos pais por incentivar e acreditar nos nossos sonhos, aos nossos colegas pela parceria no dia a dia dos estudos, a nossa orientadora por ter nos guiado na conclusão desta caminhada e aos Docentes a nossa gratidão a todos os professores do curso de licenciatura em matemática, que nos incentivaram a buscar se tornar um educador e sem eles não teríamos conseguido.

RESUMO

Este trabalho teve o objetivo de explorar o cenário contemporâneo do ensino de matemática no Brasil, concomitantemente à perspectiva dos documentos que norteiam a educação brasileira, como a Base Nacional Comum Curricular e os Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática, a respeito da história da matemática enquanto dimensão de conhecimento. Logo após, estudamos clássicos da psicologia e pedagogia educacional visando desenvolver uma sequência didática relacionada ao Teorema de Tales que contemplasse a história da matemática como um recurso pedagógico que pode atribuir significado ao aprendizado. Os resultados da pesquisa apontaram que o Brasil está entre os países com pior índice médio de proficiência em matemática, e que parte considerável dos estudantes concluem a educação básica desconhecem conceitos elementares da matemática. Ainda evidenciamos o significado e a motivação relacionados aos conteúdos trabalhados em aula são de fundamental importância para a qualidade e eficiência do ensino-aprendizagem, observada a importância da contextualização histórico-cultural do desenvolvimento da matemática enquanto ferramenta humana.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem; Ensino Fundamental; Teorema de Tales; História; Cultura;

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

PISA – *Programme for International Student Assessment*

MEC – Ministério da Educação e Cultura

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

UNICEF - *United Nations International Children's Emergency* (Fundo Internacional de Emergência das Nações Unidas para a Infância).

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A matemática pode ser considerada uma das maiores criações da humanidade, que permitiu o desdobramento de diversas ciências e tecnologias, sendo essencial o conhecimento mínimo desta ferramenta tanto para o desenvolvimento cognitivo e social do indivíduo, bem como para o aprimoramento das atividades ordinárias realizadas por ele. Contudo a maioria das pessoas associa a palavra “matemática” não à importância e às possibilidades que ela possui, mas sim à figura de um professor ou de equações e cálculos complicados que a maioria das pessoas acredita não ter utilidade prática em suas vidas, isto porque grande parte das pessoas não sabe de fato o que é a matemática.

Denota-se que a metodologia mecânica usualmente adotada para o ensino de matemática é fator especialmente contribuinte para associação da disciplina aos estereótipos supracitados. No cenário contemporâneo as práticas de ensino de matemática são sobretudo centradas na apresentação de teoremas, fundamentos e axiomas que dificilmente o aluno possui maturidade suficiente para compreender. Estes no geral são complementados com a resolução de questões através de métodos repetitivos e recursos memorizáveis que o aluno aplica sem sequer saber o que aquilo faz ou representa. A soma destes fatores tem como resultado um aprendizado baseado na memorização e repetição, que dificilmente desperta algum interesse nos alunos e consequentemente proporciona um aprendizado temporário, isto é, com um rápido esquecimento daquilo que se foi praticado na escola.

A ineficiência das abordagens usualmente adotadas no ensino de matemática reflete diretamente nos programas de avaliação de desempenho escolar nacionais e internacionais. O *Programme for International Student Assessment* (PISA) é um modelo de avaliação que julga o desempenho escolar internacionalmente, sendo realizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O PISA avalia três domínios: leitura, matemática e ciências. No ano de 2018 o Brasil ficou com uma média de proficiência em matemática de 384 pontos, 108 pontos abaixo da média dos estudantes dos países da OCDE, ficando entre os 10 últimos países do ranking de proficiência em matemática, isto é, um dos piores países do mundo em matemática (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2020).

Desta maneira, evidencia-se que o atual cenário da educação brasileira é insuficiente em diversos aspectos, principalmente no ensino de matemática. Reafirma-se assim a necessidade explícita de novas abordagens, técnicas e ferramentas inerentes ao ensino de matemática.

Diante dos impasses relativos ao ensino-aprendizagem da disciplina, cabe ao professor buscar novos caminhos, táticas e recursos que suscitem um aprendizado mais eficiente para seus aprendizes, sobretudo que esclareça ao estudante a natureza da matemática enquanto criação humana. Para tanto o professor deve possuir uma perspectiva mais ampla sobre os processos pelos quais se dá o aprendizado e das necessidades particulares de seu grupo discente.

Sob tal ótica, concebemos que é importante que o aluno conheça a matemática não como um produto acabado, fruto de mentes brilhantes e incompreensíveis. Mas sim como uma ciência em construção emergente de um processo histórico, concebida sob a cooperação de estudiosos em colaboração por estudiosos ao longo do tempo. Conhecer os caminhos pelos quais foi construída esta ciência implica em conhecer sua natureza evolutiva e o contexto sob o qual as suas ferramentas foram criadas, tudo isto pode ser benéfico para o ensino-aprendizagem. A respeito disso Campos e Gualandi (2021, p. 3) versam que:

> Ao reconhecermos que a aprendizagem deve envolver aspectos éticos, culturais e sociais que possibilitem o aluno refletir, compreender e construir conhecimentos, entendemos que a História da Matemática como recurso facilitador para o ensino da matemática possibilita demonstrar quanto essa ciência é resultado de questionamentos, tentativas, erros e acertos (CAMPOS E GUALANDI, 2021, p. 3).

Apesar de em um primeiro contato com esta área do conhecimento ela parecer um produto acabado que já alcançou suas máximas potencialidades, ao passo que a conhecemos mais profundamente entendemos que ainda há muito a se investigar nesta ciência, e é importante que o aluno perceba isso durante sua formação.

Segundo a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), na etapa do ensino fundamental a matemática divide-se em cinco campos: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade. Os alunos devem aprender essencialmente a relacionar elementos do mundo físico e representações como tabelas e esquemas, a atividades matemáticas, definições e propriedades. Dentre os tópicos específicos à etapa do Ensino Fundamental existe o Teorema de Tales que geralmente é abordado nos anos finais e diz respeito ao campo da Geometria. Este tema é especialmente importante para o estudante consubstanciar o pensamento matemático proporcional (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018).

O Teorema de Tales foi desenvolvido pelo grego Tales de Mileto e refere-se à proporcionalidade existente entre retas paralelas e transversais. O mesmo representa um marco na história da matemática, tendo em vista o vasto campo de aplicações para o mesmo. No que tange ao contexto histórico sob o qual o teorema foi desenvolvido, existe uma discussão pertinente que pode agregar muito ao processo de ensino-aprendizagem. Deduz-se que se o estudante conhece o contexto e a finalidade sob qual fora criado um instrumento matemático torna-se mais simples a sua associação às utilidades deste instrumento.

Nessa perspectiva, o presente trabalho tem o objetivo de apresentar uma proposta de ensino na qual se aborda o Teorema de Tales contemplando seus aspectos históricos, culturais e científicos e não somente sua definição e aplicações. Analisaremos também o atual quadro da educação brasileira no que tange à disciplina de matemática, tomando como base os indicadores de educação inerentes a instrumentos de avaliação educacional a nível nacional e internacional.

Para este propósito, adotaremos neste estudo a metodologia de revisão de literatura de natureza exploratória. Não limitaremos nosso estudo a dados qualitativos ou quantitativos, mas utilizaremos os dois gêneros em concomitância. A amostra do estudo será constituída basilarmente de artigos e publicações científicas disponíveis em plataformas on-line, tais como o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, *Google Scholar* (Google Acadêmico) e *Scientífic Eletronic Library Online* (sciELO).

1 METODOLOGIA

Estabelecemos objetivos para a pesquisa tendo alguns resultados já esperados, especialmente no que tange à avaliação da educação básica brasileira no âmbito da matemática. Contudo, Neto (2016) aponta para a importância de se manter consciente de que a pesquisa sempre pode evidenciar resultados inesperados. Portanto, no presente trabalho visamos fundamentar pontos de vista sem distorcer a realidade.

Para a construção do presente trabalho adotamos a metodologia de revisão de literatura de caráter exploratório. Não nos restringiremos a analisar somente dados qualitativos ou quantitativos, mas associaremos tais informações com o objetivo de tecer argumentos e hipóteses em defesa de um ponto de vista.

A amostra do estudo se constituirá principalmente de artigos científicos, dissertações, e publicações científicas em geral publicadas nos últimos 7 anos encontrados em plataformas online divulgação científica como Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, *Google Scholar* (Google Acadêmico) e *Scientífic Eletronic Library Online* (sciELO), salvo alguns clássicos da literatura. Em se tratando de um estudo que envolve educação, é imprescindível constar dentro da amostra documentos oficiais da pátria, Leis, Relatórios e outros do gênero. Coletamos assim informação do Diário Oficial da União, dos relatórios do Ministério da educação e de outros documentos como a Base Nacional Comum Curricular e os Parâmetros Curriculares Nacionais. Estudamos ainda, dados estatísticos de sites que realizam o tratamento de dados oficiais da educação brasileira.

2 CENÁRIO CONTEMPORÂNEO DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Nas duas próximas secções será realizada a interpretação dos textos que orientam a educação no âmbito nacional. É importante observar que constantemente haverá alusão a estes textos, havendo paráfrases e trechos curtos na maior parte dos parágrafos. Será feita a referência apenas para citação direta com efeito de não repetir excessivamente referências específicas.

2.1 – Matemática na perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais

As concepções de educação no Brasil são orientadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que estabelecem uma referência no âmbito nacional para a educação, de modo a estabelecer um conjunto de conhecimentos reconhecidos como essenciais para a cidadania. Os parâmetros devem refletir na discussão e reflexão da atividade pedagógica, na seleção de materiais didáticos e recursos tecnológicos relativos à prática docente.

Os PCNs definem a matemática como uma dimensão de compreensão e atuação no mundo em que vivemos, enfatizando-a como fruto da construção humana, tendo origem a partir das diversas interações humanas no contexto natural, social e cultural. Salienta-se ainda que a matemática é uma ciência viva, de modo que constantemente são produzidos novos conhecimentos relativos a esta ciência.

Na descrição do que seria o conhecimento matemático, os PCNs ressaltam a natureza heurística da matemática relativos à construção do conhecimento:

> A partir da observação de casos particulares, as regularidades são desvendadas, as conjecturas e teorias matemáticas são formuladas. Esse caráter indutivo é, em geral, pouco destacado quando se trata da comunicação ou do ensino do conhecimento matemático.
>
> O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que

> assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 1998 p. 26).

Podemos observar que o documento enfatiza a importância do exercício da indução e dedução matemáticas. Deste modo infere-se que o ensino de matemática não deve restringir-se à mera exposição de conteúdos e resolução mecânica de questões.

Outrossim, os PCNs abordam outros recursos e métodos referentes ao ensino-aprendizagem. A história da matemática é especialmente considerada quando o texto versa que:

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 1998, p. 42).

O documento concebe a história da matemática como um pertinente caminho para o ensino de matemática, enfatizando que tal instrumento permite ao aluno compreender que o desenvolvimento tecnológico contemporâneo só é possível graças à herança epistemológica dos nossos antepassados. Ademais, disserta ainda que a história da matemática é de grande valor formativo, por abordar contextos históricos que envolvem aspectos culturais, sociológicos e antropológicos.

2.2 – Matemática na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) fora estabelecida a partir da Lei N° 13.415 de 16 de fevereiro de 2017 e promove mudanças radicais na educação brasileira, principalmente na área de matemática, que passa a ser incluída na área de conhecimento de Matemática e suas tecnologias. A matemática é uma das poucas disciplinas que têm o “ensino” garantido legalmente a partir da reforma educacional, ao passo que outras disciplinas como Arte e Sociologia têm garantido somente “estudos e práticas”. A BNCC concebe que:

> A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018, p. 265).

Pertinentemente, o documento concebe a abstração inerente aos sistemas matemáticos, fixando que estes podem ou não ter associação com fenômenos e sistemas do mundo físico. Outros aspectos referentes à forma como tal documento trata a disciplina, quando menciona que “é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática” (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018, p. 265) salienta a natureza investigativa desta ciência, contribuindo positivamente para a quebra de paradigmas e estereótipos amplamente difundidos nas teias sociais do ambiente escolar.

O documento da BNCC afirma que a Matemática na etapa da educação básica tem o compromisso de favorecer ao aluno o *letramento matemático*, que consiste em consubstanciar uma série de competências e habilidades de raciocinar, representar, expressar e argumentar matematicamente. Ao final da educação básica o mesmo deve estar apto a resolver uma variedade de problemas e estabelecer conjecturas a partir das ferramentas que desenvolveu. O documento estabelece ainda uma série de competências específicas a serem desenvolvidas na etapa do Ensino Fundamental, a primeira delas menciona que o aluno deve:

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018, p. 267).

No trecho final da primeira competência supracitada, nota-se uma sutileza profundamente arraigada na reforma da educação básica, no que se refere aos "impactos no mundo do trabalho". Costa, Sousa e Cordeiro (2020) concordam que a BNCC está imersa numa conjuntura do cenário político brasileiro no qual se preza pela formação estudantil voltada para os interesses do mercado de trabalho em detrimento da promoção de práticas democráticas e da formação humanista.

Em análise do texto da BNCC Pinto (2017) concorda que é citada a abordagem histórico-cultural da matemática. A compreensão de que a matemática é fruto das necessidades humanas referentes à diversas culturas e ensejos históricos atribui importância a este aspecto da ciência, sendo fundamental no ensino-aprendizagem.

A BNCC concebe que considerando os diferentes campos que compõem a matemática existe um conjunto de ideias fundamentais articuladas entre si, que são: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Para o ensino na educação básica o documento divide a disciplina em cinco unidades temáticas:

- **Números**: que deve promover o conhecimento numérico nos alunos, de modo a capacitá-los para quantificar elementos e julgar argumentos com base em quantificações;
- **Álgebra**: que deve suscitar o desenvolvimento do pensamento algébrico, impelindo o aluno a fazer representações e análises quantitativas de grandezas desenvolvendo estruturas matemáticas com letras e símbolos;
- **Geometria:** que compreende um complexo de métodos e conceitos voltados para a resolução de problemas envolvendo espaço no mundo físico; a unidade de
- **Grandezas e medidas**: diz respeito à quantificação das grandezas do mundo físico e promove a integração da matemática a diversas disciplinas e áreas do conhecimento como ciências e geografia, explicitando métodos de estudar e comparar grandezas;
- **Probabilidade e Estatística:** proporciona ao aluno conceitos e procedimentos para o tratamento de dados e análise de incertezas

referentes a um amplo conjunto de aplicabilidades, como ciência, tecnologia e situações cotidianas;

No que tange à unidade temática da Geometria, o documento enfatiza a importância da abordagem de atividades envolvendo transformações de figuras geométricas planas, como ampliações e reduções, de modo que o aluno possa amadurecer os conceitos de congruência e semelhança, sobretudo salienta-se a importância de o aluno conhecer as condições necessárias para obter triângulos semelhantes e que saibam aplicar tal conhecimento. Destaca-se ainda que é essencial a aproximação da álgebra com a Geometria. O documento reprova ainda a redutibilidade deste tópico quando versa que:

> [...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018, p. 272).

Quando se refere a “situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes” (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018, p. 272) é evidente que o documento fala sobre o Teorema de Tales, que é parte fundamental para o desenvolvimento das habilidades atinentes à Geometria referidas anteriormente, como a identificação das condições necessárias para congruência e semelhança. Podemos conjecturar que a abordagem desta parte fundamental da Geometria não deve ser limitada à situação que a define, mas é pertinente que seja tratada em consonância com outras situações e aplicabilidades relativas.

Para a unidade de Números, o documento relata que ser esperado que nos anos finais do Ensino Fundamental o aluno seja posto diante a problemas geométricos, essencialmente nos casos em que os números reais não são o suficiente para resolver. Neste aspecto, podem-se traçar paralelos entre a unidade de Geometria e números, especialmente o Teorema de Tales pode contemplar abordagens nesse aspecto, trazendo tarefas que envolvem outros conjuntos numéricos além dos reais, ao decorrer do presente trabalho apresentaremos propostas que contemplam tal premissa.

A BNCC organiza os conteúdos relativos a cada componente curricular em unidades temáticas, que se subdividem em objetos de conhecimento, que por sua vez se dividem em habilidades. Para a unidade temática de Geometria, respectiva ao nono ano do Ensino Fundamental, o documento põe como objetos de estudo as Retas Paralelas cortadas por transversais, Relações Métricas do triângulo retângulo, teoremas de Pitágoras e semelhança de triângulos. Dentre as habilidades respectivas a estes objetos de conhecimento destacamos a matriz do Ensino Fundamental, 9º ano, Matemática, posição 14 da BNCC (EF09MA14), que consiste em: “Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes” (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018, p. 319). Tal habilidade está relacionada ao Teorema de Tales, observamos assim que sua abordagem é respectiva ao nono ano do Ensino Fundamental.

De maneira geral, a BNCC preconiza uma abordagem para a disciplina de matemática que enfatiza aplicabilidades específicas e alguma contextualização histórico-cultural. Contudo, no que tange ao aspecto epistemológico, tal documento ainda deixa lacunas. Pinto (2017) observa que apesar de a BNCC citar o aspecto histórico-cultural, não se menciona nada a respeito de abordagens teórico-metodológicas envolvendo história e cultura enquanto dimensões de conhecimento da área, neste sentido o documento posterga a importância dessas dimensões enquanto norteadoras do ensino-aprendizagem.

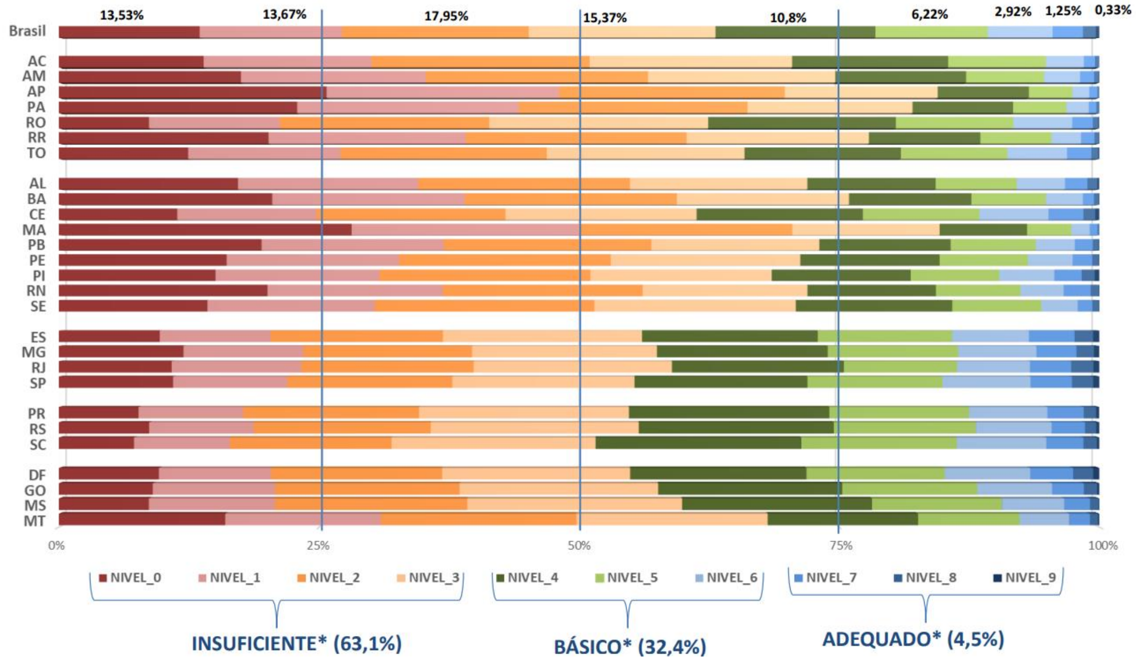
Na perspectiva de Costa, Sousa e Cordeiro (2022) as mudanças trazidas pelo documento influenciam diretamente a atividade pedagógica e no ensino-aprendizagem de modo geral. Os autores apontam para mudanças positivas da reforma, tais como a progressão em favor da aprendizagem, haja vista que é prezado o progresso mais natural do conhecimento partindo de processos e definições mais simples até os mais complexos, respeitando o desenvolvimento das habilidades de cada aluno.

2.3 – Avaliação do ensino de matemática brasileiro

Contemporaneamente o ensino de matemática no Brasil se encontra em situação pouco favorável ao desenvolvimento. O portal Qedu apresenta uma base de dados simplificados da educação brasileira a partir de fontes da Federação, cruzando dados de instituições como INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), MEC (Ministério da Educação e Cultura) e IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). De acordo com os dados relativos aos resultados da prova SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), que avalia os níveis de proficiência em português e matemática a nível nacional, tabulados e divulgados no portal QEdu, apenas 15% dos alunos saíram do 9º do Ensino Fundamental em 2021 com aprendizado considerado adequado na rede pública. Contudo, considerando que a crise sanitária relativa ao covid-19 teve grandes impactos na educação brasileira nos anos de 2020 a 2022, podemos tomar como referência o ano de 2017, no qual apenas 16% dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental saíram deste com aprendizado considerado adequado, e podemos observar que os números ainda assim são parecidos. O cenário fica ainda pior no Ensino Médio, em 2017 apenas 5% dos alunos que estavam no 3º ano do ensino médio possuíam aprendizado considerado adequado em matemática, números iguais aos de 2021 (PORTAL QEDU).

Em verdade, de acordo com o relatório SAEB 2017, a proficiência média em matemática no Brasil em 2017 foi de 258,3 pontos percentuais, que se enquadra no nível 3 de proficiência de acordo com a escala de proficiência SAEB, este nível é considerado insuficiente para o aprendizado (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2019). Na figura 1 podemos observar o gráfico, retirado da apresentação oficial das evidências relativas ao sistema de avaliação da educação básica da edição da prova SAEB de 2017:

Figura 1 - Distribuição (%) dos estudantes nos níveis de Escala de Proficiências 9º ano do Ensino Fundamental Matemática



Fonte: Ministério da Educação (2019)

Podemos observar no gráfico que a porcentagem de alunos no nível 0 de proficiência, em vermelho no gráfico, (13,53%) é quase três vezes a porcentagem de alunos com nível de proficiência adequado, que representa a soma dos níveis 7, 8 e 9. Isto implica que a quantidade de alunos que apresenta sérias dificuldades em matemática e que desconhece conceitos muito elementares é muito maior do que a quantidade de alunos que apresenta nível de proficiência adequado.

Além da prova SAEB, que avalia o nível da educação em âmbito nacional, o PISA também apresenta resultados que evidenciam a conjuntura preocupante do ensino de matemática brasileiro. O PISA avalia alunos de 15 anos de idade próximos à conclusão da educação obrigatória conferindo o nível de conhecimentos e habilidades que esses indivíduos adquiriram para o ingresso na vida social e econômica. O PISA examina três áreas cognitivas: Leitura, Matemática e ciências. Tal exame avalia não somente a capacidade do aluno de replicar conhecimentos adquiridos, como também a habilidade do mesmo em aplicar tais conhecimentos. Os resultados do PISA são de grande importância para a educação e exerce grande influência cada vez mais nas decisões dos gestores educacionais (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2020)

No ano de 2018, a média de proficiência em matemática do Brasil no exame do PISA foi de 384 pontos, sendo 108 pontos abaixo da média geral dos demais países. Os 10% dos estudantes com pior resultado no exame obtiveram média de desempenho de 277 pontos e os 10% dos estudantes com melhor resultado obtiveram média de 501 pontos (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2020) Na figura 2 observa-se a tabela com as médias de proficiência em matemática dos países participantes do programa e suas posições no ranking, onde o Brasil se encontra na posição 69-72.

Figura 2 – Médias, intervalos e percentis das proficiências dos países selecionados – Matemática – PISA 2018

PAÍS	*RANKING*[1]	MÉDIA	EP[2]	IC[3]	INTERDECIL[4]
Coreia	5-9	526	3,1	520-532	393-651
Canadá	10-16	512	2,4	507-517	392-629
Finlândia	12-18	507	2,0	503-511	399-612
Portugal	23-31	492	2,7	487-498	362-614
Média OCDE	-	489	0,4	489-490	370-605
Espanha	32-37	481	1,5	479-484	365-593
Estados Unidos	32-39	478	3,2	472-485	357-598
Uruguai	54-60	418	2,6	413-423	307-529
Chile	55-60	417	2,4	413-422	311-528
México	60-63	409	2,5	404-414	311-510
Costa Rica	61-66	402	3,3	396-409	308-499
Peru	62-67	400	2,6	395-405	293-511
Colômbia	66-70	391	3,0	385-397	290-499
Brasil	**69-72**	**384**	**2,0**	**380-388**	**277-501**
Argentina	70-73	379	2,8	374-385	272-489
Panamá	76-77	353	2,7	348-358	255-454
República Dominicana	78-78	325	2,6	320-330	236-417

Fonte: Ministério da Educação (2020, p. 107-108) – Modificado

Deste modo, cabe compreensão que a educação em matemática no Brasil encontra-se numa conjuntura desfavorável. As avaliações indicam que há algo de errado no processo, é pertinente assim buscar maneiras de aprimorar a qualidade do ensino no país, sobretudo com métodos e recursos inovadores que se diferenciem das metodologias usualmente adotadas.

3 TEOREMA DE TALES E SUAS VERTENTES DO ENSINO E APRENDIZAGEM

3.1 – Aspectos Históricos da origem do Teorema de Tales

Sob a perspectiva de Campos e Gualandi (2020), a sala de aula deve ser um ambiente de mediação, onde cria-se um ambiente propício à construção, apropriação e sistematização do conhecimento. Os autores defendem que a discussão da história da matemática quando inclusa no processo de ensino-aprendizagem pode torná-lo mais interessante, agregando interesse pela pesquisa tanto para o aluno quanto para o professor.

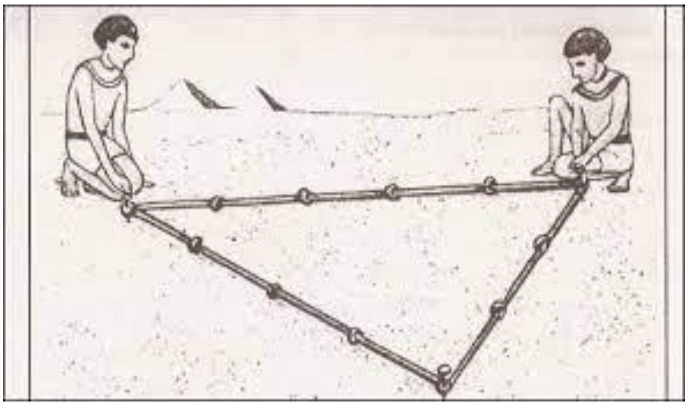
Por outro lado, da perspectiva de D'Ambrosio (1999) a história é um aspecto inseparável das práticas educativas, tendo em vista que os conhecimentos da humanidade foram criados de maneira progressiva ao longo dos tempos, e a história contempla o registro desse progresso:

> As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto é impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos (D'AMBROSIO, 1999, *apud* NETO, 2016, p. 52).

O Teorema de Tales é um momento importante do ensino de matemática, no qual o aluno concretiza seu raciocínio imanente à razão e proporção. O entrecho no qual Tales criou a ideia de proporção entre retas paralelas e secantes é de grande valor pedagógico.

É difícil propor informações exatas que descrevam as origens da matemática, pois os prelúdios desta são mais antigos do que a própria escrita. Trata-se de uma evolução lenta e gradativa que se deu em consonância à necessidade humana de quantificar elementos, comum às civilizações antigas. No que se refere à história conhecida, Tales de Mileto foi um dos primeiros matemáticos gregos e teve grande influência no desenvolvimento da matemática demonstrativa. Ele foi influenciado pelos egípcios, que desenvolveram um sistema de medição de terras de natureza empírica, utilizando cordas (NETO, 2016). Na figura 3 podemos observar uma ilustração de como o povo do Egito utilizava cordas para realizar medições:

Figura 3 - Ilustração da utilização de cordas em geometria pelo povo egípcio

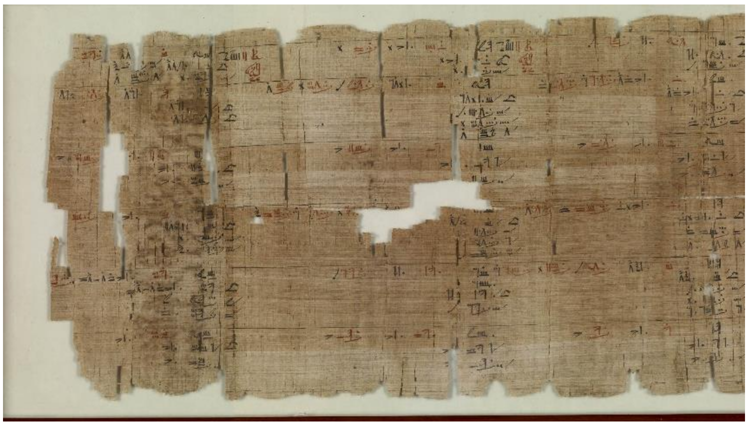


Fonte: https://sites.icmc.usp.br

Brito (2017) afirma que existem muitas estórias relativas à vida e às descobertas de Tales, de modo que pode haver desacordo entre diversos historiadores. Conquanto, pode-se inferir que nenhuma evidência comprova a conjectura audaciosa de que Tales de Mileto teria criado a Geometria demonstrativa, ainda assim ele é a primeira pessoa da história à qual se atribuem descobertas matemáticas específicas, e não se pode negar sua influência no engendramento da matemática demonstrativa.

Ainda à luz de Brito (2017) apontamos que a matemática dos egípcios, que influenciara Tales de Mileto, era limitada à aritmética, que por sua vez era limitada à prática. Os egípcios engendraram um tratado matemático, o papiro de Rhind, que contempla questões geométricas envolvendo medições de áreas e volumes. Na figura 4 podemos observar uma fotografia real do Papiro de Rhind.

Figura 4 - Fotografia do Papiro de Rhind



Fonte: http://www.professores.im-uff.mat.br

A Geometria em geral tem suas origens creditadas à civilização egípcia e alguns estudiosos destacam que um dos principais entraves da época que suscitaram tais pensamentos foram as enchentes do Rio Nilo, que inundavam as terras sazonalmente fazendo surgir a necessidade de redistribuí-las igualmente entre os produtores, tal como propala Rogue:

> É muito comum lermos que a geometria surgiu às margens do Nilo, devido à necessidade de medir a área das terras a serem redistribuídas, após as enchentes, entre os que haviam sofrido prejuízos. Essa hipótese tem sua origem nos escritos de Heródoto, datados do século V a. C. quando das inundações do Nilo (ROGUE, 2012, *apud* NETO, 2016, p. 39).

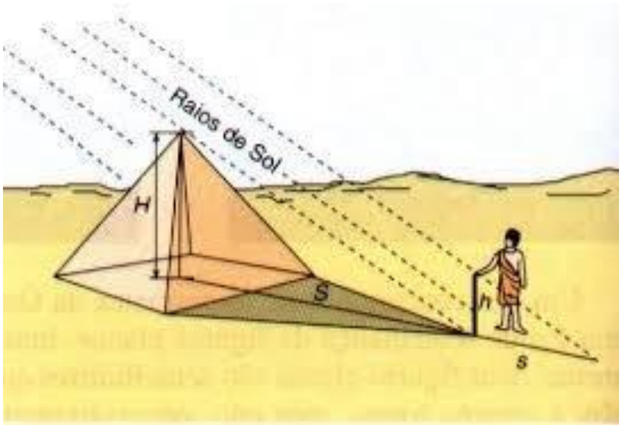
Tales de Mileto possuía ascendência fenícia, tendo a Jônia como terra natal, na Ásia Menor, onde vivera entre o final do século VII a.C. e meados do século VI A.C. o. O matemático teria começado sua vida como mercador, meio pelo qual conseguiu ficar rico o suficiente para se empenhar aos estudos e custear viagens. Por meio destas ele conseguiu estudar diversas culturas, lhe proporcionando conhecimento de diversas áreas, incluindo matemática, geometria por consequência, astronomia e engenharia.

Em uma de suas viagens, ele fora ao Egito em um intercâmbio comercial, onde se interessou em calcular a altura de uma pirâmide utilizando sua sombra. Tal viagem de Tales permitiu aos jônios apropriação dos conhecimentos básicos de Geometria acumulados pelos egípcios e mesopotâmios (CAMPOS; GUALANDI, 2020).

Em sua viagem ao Egito, Tales teria ficado surpreso com a altura da pirâmide de Queóps, a qual teria pensado em medir sem precisar escalar a pirâmide. Existem duas versões relatadas na literatura, uma delas descrita por Hicrônimos, discípulos de Aristóteles, relata que Tales teria medido o comprimento da sombra da pirâmide quando ela era igual à altura da mesma. A segunda, respectiva a Plutarco conta que o matemático teria fincado uma vara no chão e com o uso da semelhança de triângulos pôde determinar a altura da pirâmide de Queóps (*ibid.).* O fato é que Tales percebeu que a razão entre a altura da pirâmide e o comprimento de sua sombra era igual à razão entre a sua altura (ou a altura da vareta) e comprimento da respectiva sombra.

De acordo a versão de Plutarco, Tales após medir a sombra da pirâmide e relacionar proporcionalmente com a sombra da vara fincado no solo, calculou um valor e somou ao comprimento da borda da pirâmide ao centro da mesma (NETO, 2016). A situação imaginada com base na descrição feita ilustra-se esquematicamente na figura 5.

Figura 5 - Ilustração esquemática de Tales realizando a medição da altura da pirâmide de Queóps com base no relato de Plutarco.



Fonte: https://www.tutorbrasil.com.br/forum/viewtopic.php?t=75309

Desta maneira, conforme Brito (2017), a análise realizada por Tales creditou a ele a verificação dos seguintes teoremas:

- Dois ângulos opostos pelo vértice são iguais;
- Qualquer diâmetro divide o círculo em duas partes iguais;
- Qualquer ângulo inscrito em um semicírculo é reto;
- Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são iguais;

- Dois triângulos que tenham um lado e os ângulos a ele adjacentes respectivamente iguais são iguais;
- Em triângulos semelhantes, os lados equivalentes são proporcionais.

Tales de Mileto, como podemos observar, possui importância quanto a história da matemática, onde consiste no fato em que foi um dos primeiros a procurar explicações lógicas e racionais para fenômenos naturais, assim como por sua habilidade em resolver problemas de forma prática, sendo o Teorema de Tales um exemplo notável. Como dito, o mesmo também foi astrônomo de alta relevância, aplicando seus conhecimentos geométricos ao estudo dos fenômenos astronômicos, sendo capaz de prever eclipses solares seus conhecimentos matemáticos, porém este é um fato que não possuem provas concretas.

Desta forma, Tales rejeitou as explicações mitológicas procurando entender o mundo através do raciocínio lógico, esta abordagem estabeleceu, posteriormente, bases para o desenvolvimento da matemática e da ciência, assim podemos abordar a história da matemática e os feitos do matemático de forma didática, com intuito de aprimorar o ensino e aprendizagem da disciplina.

4 TEORIAS DE APRENDIZAGEM

4.1 – Desenvolvimento da inteligência e dos mecanismos cognitivos

A aprendizagem de matemática envolve o engendramento de um sistema de raciocínio lógico que contempla aspectos dedutivos, indutivos e abstratos. A matemática por si só é uma ciência abstrata, os seus axiomas, teoremas e definições nem sempre são diretamente aplicáveis ou comparáveis ao mundo concebido através dos sentidos humanos, isto é, ao mundo físico.

Na ilustríssima obra “O nascimento da inteligência na criança” Piaget (1975) versa sobre o desenvolvimento intelectual da criança e sobre a natureza da própria inteligência e seus desdobramentos. O autor concebe que a inteligência é uma adaptação biológica do ser humano que progride de maneira gradativa concomitantemente à complexidade das formas da vida. O autor resume que:

> [...] a adaptação intelectual, como qualquer outra, é um estabelecimento de equilíbrio progressivo entre um mecanismo assimilador e uma acomodação complementar. O espírito só pode encontrar-se adaptado a uma realidade se houver uma acomodação perfeita, isto é, se nada mais vier, nessa realidade, modificar os esquemas do sujeito. Mas, inversamente, não há adaptação se a nova realidade tiver imposto atitudes motoras ou mentais contrárias às que tinham sido adotadas no contato com outros dados anteriores: só há adaptação se houver coerência, logo, assimilação (PIAGET, 1975, p. 18).

Desse modo, é pertinente salientar que a inteligência se desdobra de maneira gradual, avançando de conceitos e conhecimentos mais simples para os mais complexos. Contudo, só existe assimilação se o conhecimento a ser adquirido é de alguma forma conexo ou ao menos não é contrário àquilo que já foi concebido anteriormente. Para Lefrançois (2012), as teorias de Piaget implicam que a aquisição de conhecimento deve ocorrer de maneira progressiva, ele salienta ainda sobre a importância de as instituições de ensino proporcionarem um nível de dificuldade ideal para os alunos:

> A teoria de Piaget (como a de Vygotsky) também sugere que as escolas deveriam se esforçar para oferecer aos estudantes tarefas e desafios de dificuldade ótima. O material oferecido aos alunos não pode ser tão difícil a ponto de não poder ser compreendido (assimilado) nem tão fácil que não resulte em aprendizagem nova (sem acomodação) (LEFRANÇOIS, 2012, p. 263).

Algumas ideias respectivas à matemática não são concebíveis à mente humana em determinados estágios de desenvolvimento. Piaget (1980) elucida que o ensino das *matemáticas* é uma tarefa onerosa sobretudo em virtude de o ensino tradicional não relacionar da melhor maneira as estruturas algébricas da linguagem matemática com as estruturas matemáticas naturalmente concebidas pela mente humana em seu desenvolvimento.

Piaget (1975) divide o desenvolvimento cognitivo da criança em quatro estágios: sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto e operatório formal.

O primeiro estágio, sensório motor, ocorre desde o nascimento até os 18 ou 24 meses de vida, neste estágio o desenvolvimento da inteligência restringe-se à reflexos e interações com objetos concretos que estão ao alcance dos sentidos da criança. O segundo estágio, pré-operatório, ocorre entre 2 e 7 anos de idade e é marcado pela comunicação verbal, onde as crianças começam a expressar seus pensamentos verbalmente adquirindo simbologias próprias para indicar objetos e ações, em geral a comunicação vai ficando mais coesa e se aprimorando com a idade. No terceiro estágio, operatório-concreto, que se pronuncia entre os 7 e 11 anos de idade, a criança começa a mentalizar representações e operações relativas ao mundo concreto, manipulando estas operações. Aos poucos a criança começa entender regras que ditam como o mundo funciona, conceitos envolvendo números e seriações são compreendidos com maior facilidade, contudo estes conceitos só podem ser compreendidos quando associados a elementos concretos do mundo físico, daí o nome *concreto*. O quarto estágio, operatório-formal, a criança consegue criar mentalmente sistemas abstratos utilizando representações e símbolos que não possuem necessariamente uma forma concreta, nesta fase a criança desenvolve o pensamento hipotético-dedutivo (PIAGET, 1975). O raciocínio hipotético-dedutivo é especialmente importante para o ensino da matemática, pois como já fora mencionado no presente trabalho, esta é, por natureza, uma ciência de abstrações, baseada em induções e deduções.

Com relação aos estágios de desenvolvimento destacados na obra de Piaget, Lefrançois (2012, p. 258) disserta a respeito do estágio das operações formais:

> As operações formais representam um avanço importante em relação às operações concretas. Primeiro, porque as crianças que estão na fase de operações concretas aplicam sua lógica diretamente aos objetos reais ou aos objetos que são fáceis de imaginar (daí o termo concreto). Em outras palavras, as crianças não lidam com aquilo que é hipotético, a menos que isso possa se ligar diretamente à realidade concreta. Os adolescentes, ao contrário, são potencialmente capazes de lidar com o hipotético ou o ideal (com o não concreto) (LEFRANÇOIS, 2012, p. 258).

A partir do momento em que a criança adentra o estágio das operações formais, ela pode compreender melhor aspectos hipotético-dedutivos da matemática. Neste momento, o professor pode iniciar didáticas voltadas para campos mais abstratos, de modo que aulas não devem mais se restringir ao ensino operações elementares associadas a elementos concretos.

Nas primeiras etapas do Ensino Fundamental o aluno se adapta ao estudo da matemática profundamente associado aos elementos concretos, da forma como é conveniente à mente em desenvolvimento nos estágios anteriores ao do raciocínio operacional formal. Contudo em um dado momento do Ensino Fundamental o aluno deve quebrar as barreiras da intuição lógica respectiva aos elementos físicos do mundo concebido pelos sentidos humanos e compreender que a matemática é uma ferramenta utilizada a partir de uma linguagem que oferece possibilidades ilimitadas, a respeito disso Piaget (1975, p. 14) disserta que:

> O espaço euclidiano, ligado aos nossos órgãos, nada mais é senão um dos que se adaptam à experiência física. Pelo contrário, a atividade dedutiva e organizadora da razão é ilimitada e conduz, precisamente, no domínio do espaço, a generalizações que ultrapassam toda intuição (PIAGET, 1945, p.14).

O momento em que o aluno deve quebrar as barreiras da lógica supramencionadas tem um período específico na etapa da educação básica. Segundo o Panorama da distorção idade série no Brasil da Unicef (*United Nations Children's Fund*.) aos 11 anos o aluno deve estar cursando o 6º ano do Ensino Fundamental, aos 12 o 7º ano, aos 13 o 8º ano e aos 14 o 9º ano (UNICEF, 2018). Então, considerando o seguimento do que idealiza a Unicef a partir do 7º ano do Ensino Fundamental o aluno está adentrando o estágio do pensamento operacional formal, onde deve ser instigado a desenvolver hipóteses e deduções matemáticas para o amadurecimento deste tipo de ideias. O aluno deve aprender a alcançar conclusões sem sustentação empírica, partindo apenas de hipóteses, tal como sustenta Rodrigues (1976, p. 100-101) à luz de Piaget, tratando do assunto em exame:

> Nesta fase, a lógica do garoto é abstrata e desenvolvida sobre hipóteses e deduções. Baseia-se em proposições e não mais sobre operações concretas. “As operações lógicas começam a ser transpostas do plano de manipulação concreta ao plano das

> puras idéias, expressas numa linguagem qualquer (a linguagem das palavras ou dos símbolos matemáticos), mas sem apoio da percepção, da experiência ou mesmo da crença. O pensamento formal é, pois, hipotético-dedutivo, isto é, capaz de deduzir as conclusões, partindo de puras hipóteses e não apenas de observações reais. Suas conclusões chegam a ser independentes de verdade do fato" (Inhelder R. et Piaget, 1955)

É importante, porém, que o aluno compreenda que partindo de hipóteses pode-se chegar a conclusões aplicáveis ao mundo físico, ainda que estas conclusões não possuam nenhuma sustentação empírica. Ou seja, conforme o aluno aprende novos conceitos e novos caminhos para elaborar representações matemáticas, cabe ao professor destacar qual a importância daquilo que lhe está sendo ensinado, elucidando possíveis aplicações e utilidades de tais estruturas matemáticas. É verídico que nem todo conhecimento matemático existente possui uma utilidade direta envolvendo uma execução no mundo físico, contudo sempre que houver o professor deve evidenciar isso para que o aluno abra seus horizontes e veja as possibilidades que a matemática oferece. Tal atitude reflete positivamente no ensino-aprendizagem. Rodrigues (1976) sustenta a afirmativa precedente versando que quando o aluno sabe por que está aprendendo e a utilidade que o conhecimento que ele está adquirindo terá em sua vida, relacionando fatos e operações com um recurso didático, este aluno aprende de maneira mais eficiente. A autora salienta ainda que a aprendizagem no ser humano carece de uma motivação, o aluno não vai aprender se não sentir vontade disto, e "para a criança desejar aprender tais e quais conceitos ou operações, precisa ter em si motivos profundamente humanos que desencadeiem tais aprendizagens" (RODRIGUES, 1976, p. 174).

Considerando as proposições supracitadas a inclusão de recursos culturais e históricos da matemática certamente agrega valor ao processo de ensino e aprendizagem. Para o aluno, conhecer o contexto sob o qual foi criada dada ferramenta o faz compreender a utilidade e necessidade da matemática enquanto criação humana.

À luz da ilustre obra de Fosnot "Construtivismo: Teoria, perspectivas e prática pedagógica" versamos sobre uma importante teoria respectiva à prática pedagógica, a Teoria Construtivista, que diferentemente das teorias de aprendizagem, não trata sobre estratégias, métodos ou recursos de ensino-aprendizagem, mas sim sobre como se dá a aprendizagem. A teoria em exame propala que o processo de aprendizagem carece da iniciativa e desejo do aluno que deve levantar questionamentos, apresentar e testar hipóteses num processo de desconstrução e reconstrução do conhecimento. Durante o processo de aprendizagem o aluno deve cometer erros, os quais não devem ser desconsiderados, mas investigados e corrigidos, de modo que os erros são elemento intrínseco ao aprendizado humano (FOSNOT 1998).

Para Lefrançois (2012) os métodos construtivistas são aqueles que têm o aluno como protagonista do processo de ensino e aprendizagem, e que ainda cima, incitam o indivíduo a ter um pensamento crítico e a ser um aprendiz independente, o docente opera como um mediador do conhecimento.

Nessa perspectiva, podemos inferir que os princípios respectivos à teoria construtivista são pertinentes ao ensino de matemática. Abordagens que abram espaço para a discussão nos diversos aspectos das construções matemáticas, como as aplicações de tais construções e contextos histórico-culturais destas são importantes para suscitar a curiosidade e o envolvimento do aluno. A imersão do estudante, como já preconizado por Rodrigues (1976), facilita e aprimora o processo de ensino-aprendizagem.

4.2 – Sequência metodológica do ensino do Teorema de Tales envolvendo o recurso da História da Matemática

Tendo em vista o cenário contemporâneo do ensino de matemática no Brasil que apresenta resultados insatisfatórios, é notório que cabe a adoção de métodos e recursos inovadores que suscitem algum aprimoramento da educação do país. Considerando, outrossim, o que preconizam a BNCC e os PCNs, métodos que envolvam a história da matemática como recurso são de grande valor formativo para o aluno, pois promovem maior envolvimento do aluno para com a disciplina além de promover o conhecimento de aspectos culturais e históricos da civilização humana.

Nessa perspectiva, abordaremos uma sequência didática voltada para o ensino-aprendizagem do Teorema de Tales utilizando a história da matemática como recurso pedagógico em turmas do 9º ano do ensino fundamental. Para o desenvolvimento deste esquema didático nos apoiaremos nas teorias de aprendizagem que foram discutidas no presente trabalho, sobretudo nas hipóteses levantadas por Rodrigues (1976) e Lefrançois (2012) e na Teoria Construtivista discutida por Fosnot (1998). Faremos constantemente alusão ao que fora mencionado na secção anterior.

Almejamos planejar uma sequência didática que provoque no aluno um pensamento crítico, onde ele possa pensar e testar hipóteses para resolver determinado problema se envolvendo no assunto em questão. Como já mencionamos, é importante que o aluno perceba a necessidade da matemática na resolução dos problemas ordinários, e que siga os passos que levaram os grandes pensadores a construir todo o conhecimento concebido, partindo dos conceitos mais primitivos aos mais elaborados numa evolução paulatina, conforme preconiza Lefrançois (2012).

Dividimos nossa sequência didática em três *momentos*, de modo que ela caminha em um único sentido, do primeiro ao último. No primeiro momento, que chamamos de *início*, o aluno não tem conhecimento sobre o Teorema de Tales (teoricamente), neste tempo a aula caminha para uma discussão sobre a história da matemática, sobretudo de Tales de Mileto. No momento seguinte, que chamamos de *meio*, o aluno conhece um problema que não pode resolver ainda com os conhecimentos que possui e a aula passa a promover a reflexão dos alunos sobre os saberes já cógnitos. No último momento, que convenientemente chamamos de *fim*, o professor apoia os alunos mostrando caminhos para se chegar à resolução do problema em questão a partir do que já fora concebido, e evidencia que o resultado das conclusões é o Teorema de Tales propriamente dito.

4.2.1 Início

Segundo Neto (2016) a abordagem da história da matemática deve se fundamentar em três fatores: encadeamento lógico, significação da linguagem simbólica e visão da totalidade. O autor versa ainda sobre o a utilização de episódio histórico para a introdução do tema em aula. Para ele, um episódio pode ser apresentado de diversas maneiras, como textos curtos, paródias, vídeos, quadrinhos e demais elementos do gênero.

Seguindo a ideia de Neto (2016.) adotaremos o episódio histórico da medição da altura da Pirâmide de Queóps realizada por Tales de Mileto. Para a alusão deste episódio o uso de recursos mais interativos, como vídeos, é pertinente. Nogueira (2021) aponta que a sociedade passou por inúmeras transformações, principalmente no que tange às tecnologias digitais, contudo a escola não acompanhou tais mudanças. A autora aponta ainda que o Brasil é o segundo dentre os países que mais utilizam mídias sociais no mundo passando mais tempo na internet. Isto é, apesar de termos amplo acesso à internet e aos recursos das tecnologias digitais fazemos pouco uso de tais recursos no âmbito didático. Nesse cenário salientamos a importância do uso de recursos digitais no ensino-aprendizagem de matemática, ainda cima, para a alusão do episódio histórico é apropriado que o docente adote metodologias que empregam os recursos em exame.

Para a abordagem do episódio histórico o professor pode recorrer ao uso de diversos recursos metodológicos, desde imagens, slides, vídeos, apresentações, músicas, filmes, dependendo apenas da criatividade do docente. Na figura 6 contempla-se uma tirinha que poderia ser utilizada na situação em exame:

Figura 6 - Tirinha "Tales de Mileto!" como exemplo de episódio histórico

Fonte: www.filosofiahoje.com

Durante o momento do episódio histórico o aluno deve ser imerso no contexto histórico-cultural de Tales, reconhecendo-o como matemático, filósofo e cientista. O recurso utilizado deve pontuar seu fim com um questionamento levantado ao aluno.

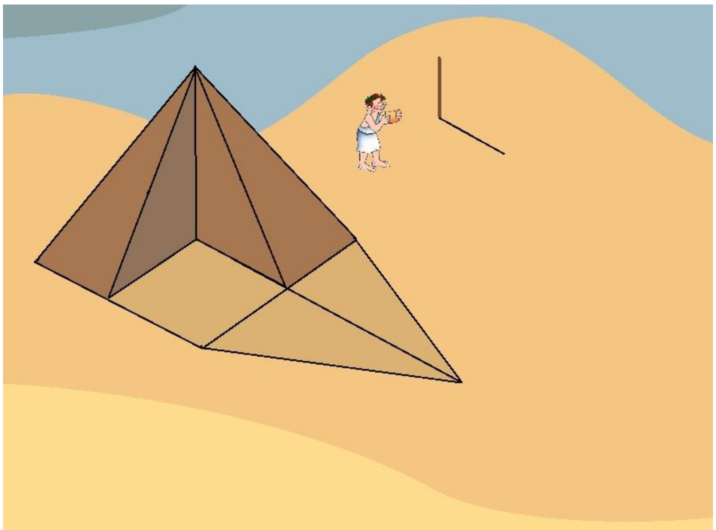
4.2.2 Meio

Após o momento inicial, onde o aluno pôde imergir num contexto e contemplar uma nova perspectiva sobre os desdobramentos da matemática chega o *meio* do percurso. Neste momento, o aluno deve confrontar um questionamento: “O que fez Tales de Mileto para medir a altura da pirâmide de Queóps sem sair do chão?”

Visamos deste modo promover a assimilação do conteúdo trabalhado partindo de uma abordagem construtivista, de maneira consonante ao que dissertam Fosnot (1998) e Lefrançois (2012), onde o aluno buscará elaborar e testar suas próprias hipóteses, sendo o protagonista do processo de ensino-aprendizagem. Deste modo, objetivamos impelir que o aluno se emancipe enquanto aprendiz, construindo um raciocínio crítico e independente. Evidentemente não é esperado que o aluno chegue sozinho ao teorema de proporção de seguimentos de retas paralelas cortadas por transversais, mas sim que o mesmo tente pensar numa maneira de utilizar a matemática para resolver uma questão ordinária (nem tanto, já que não se costuma ver pirâmides).

Neste momento é importante que o professor mostre apoio ao aluno, elucidando caminhos através dos quais o estudante pode chegar a alguma conclusão. Na figura 7 contempla-se um exemplo de imagem que poderia ser utilizada como recurso.

Figura 7 - Recurso didático plausível: Ilustração esquemática da pirâmide de Queóps.



Fonte: Arquivo do autor

Na figura 7 acima, observa-se a ilustração da pirâmide de Queóps, onde também existe uma estaca fincada no chão, ambos os elementos possuem uma sombra. Neste ponto, o professor deve abordar os conhecimentos já concebidos pelo aluno, dos quais ressaltam-se os tópicos respectivos a figuras proporcionais e semelhantes.

Independente do instrumento utilizado para realizar a alusão do episódio histórico é fulcral que este, através de um encadeamento lógico, leve até um ponto de significação da linguagem, onde o aluno tem a oportunidade de raciocinar de maneira independente, interpretando fatos e informações e associando-os a conhecimentos, métodos e práticas pré-concebidos. Deste modo é possível exercitar no aluno o raciocínio indutivo e hipotético-dedutivo, de fundamental importância para a matemática enquanto componente curricular, enquanto linguagem e enquanto ciência.

É esperado que nem todos os alunos levantem hipóteses ou questionamentos, em verdade, talvez a maior parte da turma apresente tal conjuntura. Contudo, é de fundamental importância que o professor incentive e estigue tal comportamento, pois este faz parte do processo de aprendizagem do aluno. Segundo Rodrigues (1978) o ensino criativo ter sensibilidade para com os alunos para proporcionar um apoio efetivo. Isto implica em dar atenção às perguntas levantadas pelos alunos, demonstrando que suas dúvidas têm importância e seus questionamentos são pertinentes, visto que se tais indagações forem depreciadas o aluno cria um sentimento de incapacidade e tende a deixar de fazer perguntas, dificultando o aprendizado. Deste modo, o simples ato de valorizar as questões levantadas e considerá-las relevantes constitui uma forma de incentivar os demais alunos, tendo em vista que o professor não deve limitar-se a isto, mas deve conduzir verbalmente a turma.

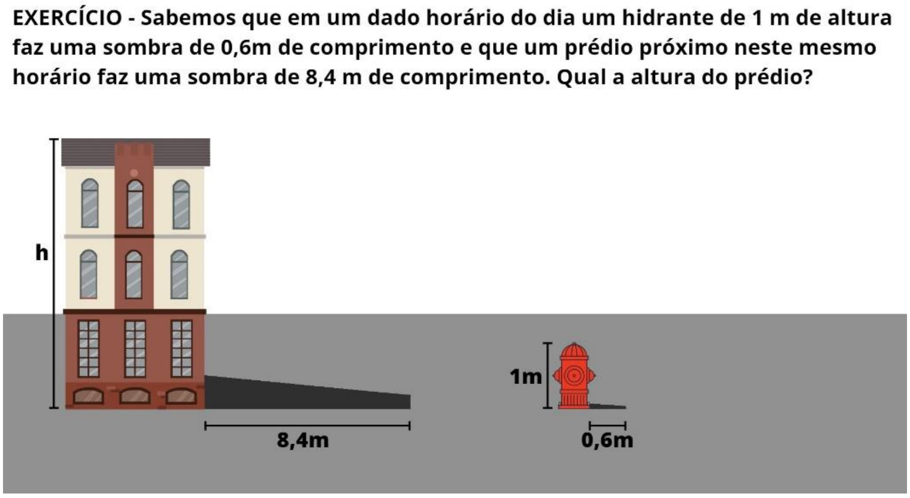
Após dar espaço para o raciocínio dos alunos, o docente deve direcionar os alunos para a utilização do método de figuras semelhantes e seguimentos proporcionais com o fito de mensurar a altura da pirâmide. Donde o professor caminha para o momento *final* onde demonstra o teorema de Tales a partir de um possível raciocínio utilizado pelo matemático.

4.2.3 Final

Após o *meio*, é possível que alguns alunos tenham conseguido raciocinar de maneira coerente como calcular a altura da pirâmide utilizando semelhança de triângulos. Caso não proceda desta maneira, de modo precípuo o docente pode tentar induzir os alunos que os triângulos formados por pirâmide-sombra e estaca-sombra são semelhantes e possuem lados proporcionais. Pode ilustrar também o raciocínio que muitos acreditam ter sido utilizado por Tales de Mileto, de que quando a sombra da estaca tinha o mesmo comprimento da estaca, o comprimento da sombra da pirâmide possuía o mesmo tamanho da altura da pirâmide, salientado que deve ser somada a metade do lado da base da pirâmide, para isso utilizar um recurso parecido com o da figura 5, que elucida visualmente porque se realiza tal soma, pode ser apropriado.

Neste momento, cabe realizar exercícios a respeito do cálculo de situações análogas à que fora retratada no problema, sendo interessante manter o contexto do cálculo de alturas, o professor pode usar diversos exemplos a de construções arquitetônicas de altura desconhecida, como torres e prédios. Na figura 8 observamos um exemplo de exercício análogo ao da pirâmide.

Figura 8 - Exemplo de exercício para o tópico de semelhança de triângulos e Teorema de Tales



Fonte: Arquivo do autor

Concluída tal etapa não resta muito mais ao docente além de evidenciar para turma o cálculo da altura da pirâmide e posteriormente demonstrar o Teorema de Tales como implicação direta que fora proposto. Não nos ateremos no presente trabalho a demonstrações do Teorema de Tales devido a sua trivialidade em nível superior, contudo os livros-texto podem realizar de maneiras distintas e cabe ao professor selecionar qual melhor se adequa à didática relativa à sua turma.

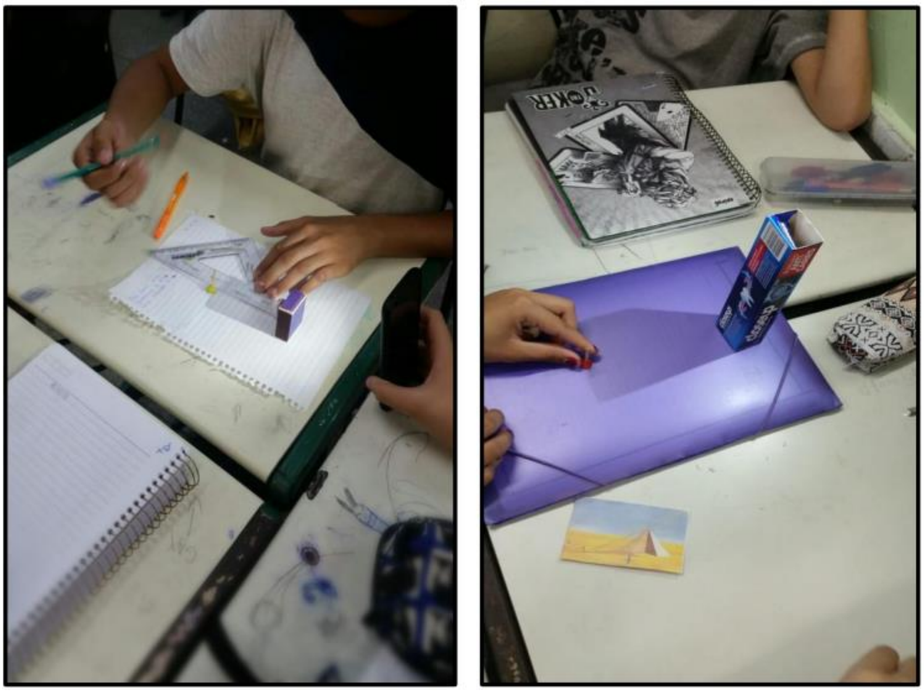
4.2.4 Aplicação da sequência metodológica

A sequência didática proposta nos tópicos acima, voltada para as turmas de 9º ano do ensino fundamental, pode ser aplicada a partir de um vídeo, fazendo uso da tecnologia para melhor envolvimento do aluno na aula, que contará a história de Tales de Mileto, tendo como intuito reconhecer o mesmo como filósofo, matemático e criador do método para medir a altura da pirâmide de Quéops e posteriormente desenvolver o teorema que levou o seu nome.

De acordo com a obra de Pinto, CESH e Silva (2019), o questionamento "O que fez Tales de Mileto para medir a altura da pirâmide de Quéops sem sair do chão?", que será levantado em sala, pode ser compreendido a partir de uma dinâmica proposta pelos autores, a qual simula o que Tales realizou para medir a altura. Para a prática, é necessário, uma caixa de creme dental ou caixa de palito de fosforo, um palito de fosforo, simulando a pirâmide e a vara fincada ao solo. Para que o palito se estabilize na superfície, utiliza-se massa de modelar, assim como para formar o ângulo de 90º, e sombra é simulada através da lanterna do celular.

Com ajuda de uma régua, os alunos irão medir a distância das sombras e a altura do palito, com a finalidade de desenvolver o pensamento crítico de como calcular a altura do objeto. Na figura 9, observa-se a exemplificação da dinâmica realizada pelos autores da obra em sala de aula.

Figura 9 - Realização da dinâmica em sala de aula.



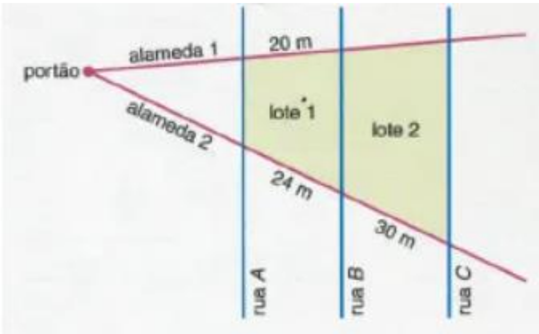
Fonte: http://wipex.scl.ifsp.edu.br/ocs/index.php/wipex/4wipex/paper/viewFile/250/132

É possível que alguns alunos, a partir da dinâmica, compreendam como calcular a altura da caixa correlacionando a semelhança de triângulos, porém, como já dito, também é possível que não ocorra desta forma. Assim faz-se necessário que o docente auxilie o entendimento, explanando o conteúdo sobre Teorema de Tales e relacionando a dinâmica ao cotidiano, posteriormente, cabe a resolução de exercícios sobre o problema citado, tendo como exemplo o cálculo de altura de prédios e comprimento de terrenos que não possuem as laterais paralelas.

Desta forma, a questão a seguir aplicada no concurso da instituição CONPASS no ano de 2018, pode ser resolvida a partir do Teorema de Tales exemplificando como usá-lo no cotidiano, assim como forma de exercitar o conteúdo:

(CONPASS, 2018) Um condomínio foi projetado de modo que do portão principal saem duas alamedas não paralelas entre si e transversais às demais ruas de circulação, que formam um feixe de paralelas. Abaixo apresentamos um desenho simplificado dessa situação:

Figura 10 Ilustração da questão sobre semelhança de triângulos e Teorema de Tales



Fonte: Prova CONPASS

Qual o comprimento da lateral do lote 2 que fica voltada para a alameda 1?

Resolução da questão:

De acordo com o Teorema de Tales, o comprimento do lote 1 na alameda 1 está em proporcionalidade com o comprimento do lote 2, assim como na alameda 2 os comprimentos dos lotes também são proporcionais. Desta forma podemos considerar que 'x' será o tamanho do comprimento desconhecido, assim temos:

$$\frac{20\ m}{x} = \frac{24\ m}{30\ m}$$

$$24x = 20x30$$

$$x = \frac{600}{24}$$

$$x = 25\ m$$

O comprimento calculado de acordo com o teorema foi de 25 metros.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Diante do que fora buscado para o engendramento do presente trabalho, algumas particularidades de certos tópicos podem ser destacadas e discutidas. De início, podemos observar um contraste entre o que propalam os PCNs de matemática e a BNCC: Por um lado, os PCNs de matemática possuem uma secção exclusiva para tratar da história da matemática enquanto recurso pedagógico. Por outro lado, a BNCC aborda a importância dos aspectos heurístico e histórico da matemática, contudo o faz de maneira superficial, de modo que não se menciona nada a respeito de abordagens teórico-metodológicas que consideram a história da matemática enquanto instrumento didático. Evidencia-se assim uma carência efetiva da valorização deste recurso educacional, pois, em consonância com D'Ambrosio(1999), que fora citado acima, enfatizamos que o conhecimento, não só da matemática, mas de todas as ciências, é algo que fora construído de maneira paulatina por gerações e que envolve circunstâncias históricas e culturais. Deste modo, a história, enquanto registro do desenvolvimento de uma ciência é parte fundamental do conhecimento próprio a ela.

Ademais, devemos ainda observar a conjuntura hodierna da educação brasileira no que tange ao ensino de matemática. O Brasil encontra-se entre os países com pior desempenho em matemática do mundo, ou ao menos dentre os países que foram avaliados pelo PISA. Ainda de acordo as avaliações internas da educação menos de 5% dos alunos se formam no ensino médio com um conhecimento em matemática considerado adequado e 13,53% dos alunos do nono ano do ensino fundamental se apresentavam no nível 0 (zero) de proficiência em matemática, desconhecendo conceitos elementares da matemática. Indagamos então, como alunos com tais deficiências em matemática chegaram ao nono ano do ensino fundamental? Como um aluno que possui deficiências elementares carrega-as consigo enquanto avança nas séries do ensino fundamental? Seria o sistema de avaliação tão ineficiente quanto o de ensino? O IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) tem relação com a quantidade de alunos que são aprovados a cada ano, o que torna plausível a hipótese de que as escolas tendem a flexibilizar suas avaliações com o fito de não diminuir sua nota do IDEB reprovando alunos e isto pode trazer consequências diretas e indiretas no sistema de ensino como um todo.

De maneira geral podemos inferir que há algo que está sendo feito de maneira muito ineficiente e que devemos com urgência adotar métodos e recursos inovadores que possibilitem o aprimoramento da educação.

Nesse interim, encontramos na literatura autores como Rodrigues (1976) que defendem que boa parte dos conhecimentos debatidos são logo esquecidos após a conclusão da educação básica, de modo que a maior parte dos alunos sequer considera tais conhecimentos durante as escolhas de valores na sua vida. Segundo a autora, o esquecimento está associado ao enfraquecimento das conexões mentais, não só pela ausência de prática, como também pelo significado das práticas realizadas durante a aprendizagem. De modo que a motivação e os resultados da aprendizagem de determinado conhecimento são fator determinante para que o aluno guarde tal conhecimento ou não. Ou seja, aprender a matemática de forma mecânica e desconexa pode não realidade ter pouco ou nenhum significado na vida do aluno, tendo em vista que se ele não sabe o que motivou o surgimento de determinado teorema e ele não sabe qual sua utilidade, muito provavelmente não vai lembrar disso por muito tempo.

Portanto, considerando os dados e informações articulados no engendramento do presente trabalho, infere-se que a utilização de metodologias de ensino utilizando o recurso história da matemática tipificadas pela sequência didática abordada na secção 4.2 são pertinentes caminhos para iniciar um processo de mudança no ensino de matemática no Brasil.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos afirmar que o presente trabalho logrou êxito nos objetivos que foram estabelecidos, analisando o quadro da educação brasileira relativa ao ensino de matemática por meio dos resultados de avaliações educacionais no âmbito nacional e internacional. Por outro lado, também foi possível examinar a perspectiva dos documentos norteadores da educação com relação ao recurso história da matemática enquanto dimensão de conhecimento. Apresentamos ainda uma sequência didática que tipifica atividades que englobam o aspecto histórico da matemática contextualizando histórica e culturalmente o surgimento dos conhecimentos dessa ciência e as facetas que a moldaram da forma que ela é hoje.

A pesquisa realizada evidenciou que o cenário contemporâneo da educação básica é insalubre ao aprendizado e inapropriado à ineficiência, pois fração considerável dos alunos concluintes da educação básica não possuem conhecimento de conceitos e propriedades fundamentais à matemática. Ademais, em comparação a outros países, o Brasil possui um dos piores índices de proficiência em matemática no mundo, deixando inconteste sua ineficiência relativa à educação no que tange à disciplina de matemática.

Apesar da BNCC possuir uma abordagem superficial da natureza heurística da matemática enquanto ciência construída a partir das necessidades humanas não faz saber nada a respeito de práticas e recursos metodológicos que contemplem a história da matemática enquanto dimensão de conhecimento, em discrepância ao que preconizam os PCNs de matemática.

Baseamos nossos estudos, sobretudo, em teorias de aprendizagem concebidas por Piaget, principalmente no que tange aos estágios de desenvolvimento cognitivo da mente da criança. Outrossim, enfatizamos que tanto mais eficiente é o aprendizado quanto mais significado este possui para o aprendiz, logo, é fulcral que o aluno conheça as motivações, significados e informações relativos ao surgimento de cada tópico da matemática discutido em aula.

A partir da discussão, abordamos uma sequência didática que contempla os aspectos de ensino mencionados, tal elemento não representa, contudo, um método determinadamente discriminado, tampouco um conjunto de ações que constitui uma prática de ensino elementar capaz de mudar drasticamente o quadro da educação brasileira. Mas, apontamos tão somente uma direção que os docentes podem seguir, uma base para que se possam construir práticas majestosas de ensino que, aí sim, mudarão o significado do ensino no nosso país.

Salientamos ainda, que o presente trabalho possui limitações de abrangência, onde fatores que podem influenciar significativamente no ensino de matemática não foram abordados. Como por exemplo, o IDEB pode ser fator determinante para a flexibilização do sistema de avaliação das escolas, logo, fator determinante também para a qualidade e eficiência do ensino. Deste modo, concluímos que o impasse em exame é de várias maneiras complexos e envolve muitas variáveis, portanto são cabidos mais estudos para uma constituir uma perspectiva mais integrada de tal conjuntura.

Assim, esperamos que o presente estudo possa ser base de novas pesquisas na educação e que possa ser, de alguma forma, parte contribuinte, mesmo que ínfima e indireta, do engendramento da matemática, da pedagogia, da ciência e da evolução humana.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Lei N° 13.415 de 16 de Fevereiro de 2017**. Diário Oficial da União. Brasília - DF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília - DF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Relatório Brasil no PISA 2018**. Instituto Nacional de Estudos e pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília - DF. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Relatório SAEB 2017**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília – DF, 2019.

BRITO, Cristiano de Souza. **Teorema de Tales: Um olhar sobre o estado da arte das publicações do Enem (1998 – 2016)**. Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ. Volta Redonda – RJ, 2017. Disponível em: < http://biblioteca.cvor.intranet.ifrj.edu.br:8080/pergamumweb/vinculos/000000/000000c8.pdf > Acesso em: 13 Dez 2022.

CAMPOS, Ayandara Pozzi de Moraes; GUALANDI, Jorge Henrique. **Reflexões sobre o uso da história da matemática e o teorema de tales: o que relatam professores de matemática do 9º ano do ensino fundamental**. Brazilian Journal of Development, v. 7, n. 10. 2021.

COSTA, Renato Pinheiro da; SOUSA, Camila; CORDEIRO, Leonardo Zenha. **O ensino de Matemática na Base Nacional Comum Curricular nos anos finais do Ensino Fundamental**. Ensino em Re-Vista, p. 572-594, 2020. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/download/54062/28705/225172> Acesso em 13 Dez 2022.

FOSNOT, C. T. **Construtivismo: Teoria, perspectivas e prática pedagógica**. ArtMed. Porto Alegre – RS, 1998.

LEFRANÇOIS, Guy R. **Teorias da aprendizagem**. Tradução de Vera Magyar. Cengange Learning. São Paulo – SP, 2012.

NETO, Benjamim Cardoso Silva**. História da matemática e produção de significado: proposta de tarefas didáticas para o ensino do teorema de Tales**. IFG – Campus Jataí, Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática. Jataí – GO, 2016. Disponível em: < https://repositorio.ifg.edu.br/handle/prefix/415 > Acesso em: 13 Dez 2022.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança**. Tradução de Álvaro Cabral. Zahar. Brasília 1975.

PIAGET, J. **Psicologia e Pedagogia**. Editora Forense Universitária. Rio de Janeiro – RJ, 1980.

PINTO, Antonio Henrique. **A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 31, p. 1045-1060, 2017. Disponível em: < https://www.scielo.br/j/bolema/a/djRkwGDfWyd9BKwqGzP35Gt/abstract/?lang=pt > Acesso em: 13 Dez 2022.

PINTO, Felipe Sousa; CSEH, Melissa de Medeiros Galindo; SILVA, Luiz Honorio da; **Abordagem concreta da semelhança de triângulos retângulos no Teorema de Tales - relato de experiência.** WORKSHOP DE INOVAÇÃO, PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO. São Carlos – SP, 2019. Disponível em : < http://wipex.scl.ifsp.edu.br/ocs/index.php/wipex/4wipex/paper/viewFile/250/132 >. Acesso em 01 de Jul 2023.

PORTAL QEDU. **Aprendizado adequado: percentual de estudantes com aprendizado adequado**. Disponível em: < http://www.qedu.org.br/ >. Acesso em 12 de Dez 2022.

RODRIGUES, Marlene. **Psicologia educacional: Uma crônica do desenvolvimento humano**. McGraw-Hill do Brasil. São Paulo – SP 1976.

UNICEF. **Panorama da distorção idade-série no Brasil**. Escritório da Representação do UNICEF no Brasil. Brasília – DF, 2018. Disponível em: < https://www.unicef.org/brazil/media/461/file/Panorama_da_distorcao_idade-serie_no_Brasil.pdf > Acesso em 16 Dez 2022.