Jamilly Souza Tenorio

A multiplicação dos números racionais: um estudo de caso no 6º ano de escolaridade de uma escola em Portugal

Maceió - AL, Brasil

8 de janeiro de 2019

Jamilly Souza Tenorio

A multiplicação dos números racionais: um estudo de caso no 6º ano de escolaridade de uma escola em Portugal

Monografia submetida ao curso de graduação em Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Alagoas, Campus Maceió, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Alagoas – IFAL

Campus Maceió

Licenciatura em Matemática

Orientador: Prof. Me. Hugo Santos Nunes

Coorientador: Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos

Maceió - AL, Brasil

8 de janeiro de 2019

Jamilly Souza Tenorio

A multiplicação dos números racionais: um estudo de caso no 6º ano de escolaridade de uma escola em Portugal

Monografia submetida ao curso de graduação em Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Alagoas, Campus Maceió, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Prof. Me. Hugo Santos Nunes
Instituto Federal de Alagoas – IFAL
Orientador

Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos
Instituto Federal de Alagoas – IFAL
Coorientador

Profa. Dra. Elisabete Duarte de Oliveira
Instituto Federal de Alagoas – IFAL
Examinador 1

Prof. Me. Gilmar Teodózio
Instituto Federal de Alagoas – IFAL
Examinador 2

Maceió - AL, Brasil
8 de janeiro de 2019

Aos meus amigos e professores que estiveram comigo ao longo da minha caminhada e em especial a minha mãe, que com muito carinho e apoio não mediu esforços para que eu chegasse até a esta etapa de minha vida.

Agradecimentos

Chegou a hora de agradecer e fazer reflexão de todo caminho percorrido durante minha trajetória no curso de Licenciatura em Matemática. É mais um ciclo que se fecha e mais uma vitória alcançada em que me sinto muito satisfeita com tudo o que foi vivido. Foram muitos aprendizados e experiências que sem elas eu não seria a pessoa que sou hoje, por isso é momento de agradecer.

Agradeço a Deus pela misericórdia de conceder-me saúde e condições necessárias para chegar até aqui, por sempre está ao meu lado mesmo nas horas de angústias, pois quando tudo parecia está mal, era nele em que encontrava forças para continuar, que levantava a minha cabeça e não me fazia desistir.

À minha mãe que é o meu porto seguro e que me motiva todos os dias a ser uma pessoa melhor, que sempre me apoia e me motiva na busca incessante dos meus sonhos, que trabalha duro para me proporcionar sempre o melhor para mim e para meus irmãos. É ela que faz crescer e é por ela a minha dedicação.

Ao Instituto Federal de Alagoas por disponibilizar professores com tamanha sabedoria para ensinar. Professores em que muitos se tornaram meus amigos e sempre me incentivaram e mostraram o caminho para busca do conhecimento. Meu profundo agradecimento a eles que depositaram confiança em mim e que sempre me deram estímulo à participação de eventos científicos nacionais e internacionais, coroado pelos seus exemplos, o meu muito obrigado.

Ao Instituto Politécnico de Bragança que promoveu participação ativa no desenvolvimento da pesquisa e desafios que foram apresentados.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que, por meio do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), proporcionou o desenvolvimento de projetos no contexto de aproximação da prática com o cotidiano de escolas públicas de educação básica.

Ao meu orientador Prof. Hugo Santos Nunes e coorientador Prof. Givaldo Oliveira dos Santos, pelo apoio, ensinamentos e ajuda ao longo do trabalho.

A todos os meus amigos que se fizeram presente ao longo de minha trajetória e que de alguma forma contribuíram para que este trabalho se tornasse realidade.

"Cada passo que dou em frente é uma nova conquista na história da minha vida".

Resumo

Compreender a aprendizagem dos números racionais na sala de aula torna-se um estudo complexo e difícil, pois vários aspectos estão relacionados nesse processo. A complexidade dos conceitos matemáticos, as estratégias ou formas de ensino dependem muito de qual contexto o aluno está inserido. Dessa forma, o presente trabalho trás abordagem aos processos desenvolvidos pelos alunos na área dos números racionais não negativos. Como ferramenta metodológica, a pesquisa é de cunho qualitativo e se deu em uma turma de 6º ano de escolaridade em Bragança- Portugal, através de um programa de Mobilidade Internacional, de parceria entre Brasil e Portugal. Como principal instrumento de análise de dados utilizou-se uma sequência de seis tarefas, cada qual com sua estratégia de exploração. Ao verificarmos as resoluções dos alunos, identificamos os erros e as dificuldades mais frequentes vinculados à falta de entendimento da definição de um número racional ou da falta de um recurso metodológico de ensino. Para tanto, levando em consideração ao ensino dos números racionais em Portugal, as questões investigativas foram identificadas como a necessidade de ensino exploratório no processo de ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: números racionais. ensino-aprendizagem. tarefas matemáticas. Portugal.

Abstract

Understanding a series of rational data in the classroom becomes a complex and difficult study. The discipline of mathematical concepts such as strategies or forms of teaching more heavily dependent on context is the student is embedded. Thus, the work is aimed at people with disabilities in the area of non negative rational data. Like methodological attention, the research is qualitative and was given in a group of 6th year of schooling in Bragança - Portugal, through an International Mobility program, a partnership between Brazil and Portugal. As the main instrument of data analysis, a sequence of six tasks was used, each one with its exploration strategy. In verifying students' resolutions, we identify the errors and difficulties most often associated with the lack of resources in the definition of a rational number or lack of a methodological teaching resource. In the scope of the analysis of rational indicators in Portugal, the teaching-learning needs of teaching-learning were investigated.

Keywords: rational numbers. teaching-learning. mathematical tasks. Portugal.

Lista de ilustrações

Sumário

1 Introdução

Dar sentido à matemática não é uma tarefa simples, nesta direção, a complexidade que engloba o ensino da matemática vai mais além do que uma representação numérica ou como estabelecer uma relação existente entre dois números, na perspectiva de desenvolver sentido ao conjunto numérico quando relacionado à compreensão do mundo. Insucessos na aprendizagem matemática podem estar relacionados com vários aspectos, como a complexidade de alguns conceitos matemáticos, o recurso a estratégias ou formas de ensino ou até mesmo o contexto em que o aluno está inserido. Por isso, deve-se considerar múltiplas perspectivas, com a histórica e a epistemologia, como bem apresenta Ponte:

> "por detrás da frase 'os alunos não sabem Matemática' escondem-se significados e desejos de mudança muito diversos, por vezes contraditórios. Por isso, a questão do insucesso em Matemática não pode ser abordada de um prisma puramente 'técnico'. Impõe-se uma abordagem histórica e epistemológica" (PONTE, 2002, p.1).

Nesse aspecto, torna-se pertinente estudar e compreender os processos desenvolvidos pelos alunos na abordagem de conteúdos matemáticos no contexto de ensino e aprendizagem que se estabelece na sala de aula.

Nessa relação, alguns aspectos considerados importantes devem ser ressaltados. Durante a graduação de Licenciatura em Matemática participei de várias experiências relacionadas com a prática docente que fizeram refletir sobre esse contexto, ensino e aprendizagem. Três experiências foram indispensáveis a minha formação enquanto aluna de licenciatura: (i) as regências no estágio supervisionado, no contexto profissional como proposta de identificação, análise de necessidades e discussão de possibilidades para a melhoria na qualidade de minha aprendizagem; (ii) o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), um projeto que faz articulação com a prática docente e as salas de aulas da escola básica pública, durante a participação em atividades que contribuíram para a integração da teoria com a prática; e, por fim, e não menos importante, (iii) o Intercâmbio de Mobilidade Internacional em Portugal, que proporcionou experiências indispensáveis para o desenvolvimento e aprofundamento de aprendizagens da prática profissional.

Estas experiências proporcionaram vivências enriquecedoras na prática enquanto futura docente e que impulsionaram a escrever este trabalho, centrado na análise de como alunos do 6º ano compreendem a concepção do conceito da multiplicação dos números racionais. O tema em abordagem surgiu na relação destes aspectos mencionados com a vivência da experiência no estágio supervisionado em Portugal, nas aulas de matemática sobre os números racionais no 6º ano do Ensino Básico.

Neste contexto, este trabalho foi realizado durante as atividades da disciplina de Iniciação à Prática Profissional II (IPP II), uma das unidades curriculares que o Instituto Politécnico de Bragança (IPB) proporcionou durante o intercâmbio, colaborando para a investigação na turma mencionada, permitindo identificar e analisar os processos de resolução seguidos pelos alunos nas tarefas, uma atividade didática utilizada na busca das informações.

Na opinião de Ponte (2002), "a 'Matemática escolar não se reduz ao cálculo', existindo conceitos, representações, procedimentos e processos, que se podem manifestar de modos diversos, orais e escritos, cada um dos quais com o seu tempo e espaço próprios" (p. 24). Dessa forma, para o autor, a principal deficiência do ensino da Matemática em Portugal consiste "no fato de não promover, como seria necessário, a capacidade de pensar em termos matemáticos e de usar as ideias matemáticas em contextos diversos" (p. 24). Ponte (2002) alerta, ainda, que o percurso do ensino da matemática em qualquer país passa por marcos históricos que caracterizam este ensino como um fenômeno social e, desse modo, ele se desenvolve na dinâmica da cultura pertencente ao próprio aluno e na sua relação com o professor.

Assim, esse trabalho faz reflexão e discussão a partir de estratégias de ensino em que exploram ideias matemáticas no sentido de pensar cotidianamente. Ressalto o fato de, mesmo não realizando um estudo comparativo entre o ensino dos números racionais realizado no Brasil e em Portugal, as vivências em que realizei durante a minha vida acadêmica serviram de base para que eu pudesse refletir sobre a importância e metodologias do conteúdo.

A IPP II foi o "caminho" para a identificação de dificuldades do ensino e da aprendizagem da matemática na escola portuguesa, bem como, campo de pesquisa para o trabalho, a partir das análises das tarefas matemáticas para ter acesso às representações, procedimentos realizados pelos alunos.

O presente trabalho está organizado em três capítulos. O primeiro apresenta uma reflexão teórica sobre o surgimento dos números racionais e suas representações, assim como também apresentação da proposta pedagógica centrada nas tarefas matemáticas. O segundo, são descritas as principais opções metodológicas seguidas no estudo, nomeadamente, os participantes (alunos de uma turma portuguesa do 6.º ano de escolaridade) e o instrumento de recolha dados na sala de aula. No último e terceiro capítulo, são apresentadas e analisados os resultados.

Para finalizar o trabalho, serão apresentadas as considerações finais, dando destaque às experiências proporcionadas durante o estudo e a reflexão sobre os resultados obtidos durante o processo de pesquisa e análise.

2 Fundamentação Teórica

Este capítulo retrata o ensino e a importância dos números racionais na aprendizagem matemática, como um dos tópicos do currículo escolar. Apresenta as estruturas cognitivas relacionadas ao ensino da multiplicação desses números e seu sentido relacionado à compreensão de mundo, a partir de situações da unidade escolar para os diferentes significados da multiplicação, considerando a exploração de diferentes modelos de representação e relações matemáticas, assim como a exploração de tarefas para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

2.1 Os Números Racionais

Com a necessidade primitiva do homem de contagem, os conjuntos numéricos surgiram a partir da necessidade de resolver problemas, como saber a quantidade de comida que precisaria para se manter e devolver troco, por exemplo. Com o passar no tempo, essa necessidade foi aumentando a ponto da humanidade formar os conjuntos numéricos que existem atualmente, bem como os números naturais, os inteiros e os números racionais (ALVES, 2012).

> "Assim como os números naturais surgiram da necessidade de contar, os números racionais surgiram da necessidade de medir. E medir nada mais é do que comparar as razões de dois inteiros [...] medir é determinar quantas vezes a unidade estabelecida cabe no que se quer medir" (TAKAYA, CUNHA & VIEIRA, p. 9, 2015).

Desse modo, é nesse conjunto numérico que é sempre possível expressar um resultado por meio de uma medição ou razão, denominado o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) para representar a razão entre dois inteiros e a noção de racional provém da palavra razão, significando parte de um todo.

Curty afirma que "os números racionais surgiram como abstração do processo de medir, quando a unidade não cabia um número inteiro de vezes no que estava sendo medido o que tornava necessário que a unidade fosse redividida" (p. 21, 2016). Curty (2016) coloca então, que o número racional pode ser expresso como a razão ou fração de dois inteiros a e b, com $b \neq 0$. Dessa forma, o conjunto dos números racionais pode ser expresso como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \; : \; a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

O símbolo $\mathbb{Q}$ deriva da palavra inglesa "Quotient" que é traduzido como quociente e surgiu pela primeira vez no livro Algèbre, de Bourbaki (CURTY, 2016, ***apud*** BOURBAKI, 1998).

Segundo Caraça (1951), o conjunto dos números racionais compreende o conjunto dos números inteiros e mais o conjunto formado pelos números fracionários. Então, os números racionais é um conjunto formado pelos números racionais positivos, negativos e o zero. Assim, todo número inteiro é um número racional e natural.

2.1.1 Representações numéricas

De acordo com Ventura (2013), os números são manipulados de diversas formas, incluindo as suas várias representações feitas de uma para a outra, que podem incluir composição e decomposição dos números de forma equivalente. Um número racional, por exemplo, pode assumir três diferentes representações: fracionária, decimal e porcentagem (CURTY, 2016). Para tanto, o aluno deve se familiarizar-se com essas diferentes formas de representações para que seja garantido a sua aprendizagem. Mas, para isso o aluno deve-se ter conhecimento sobre as operações básicas da matemática. Como afirma Ventura, "para que os alunos tenham conhecimento e destreza com as operações, devem compreender o efeito das operações e as relações entre as mesmas, bem como as propriedades matemáticas" (p. 13, 2013). Assim, é necessário que o aluno deva saber manipular as operações para dar significados sobre elas.

2.2 Números racionais em Portugal

Em Portugal, como em muitos países, as atuais orientações curriculares para o ensino da Matemática apresentam metas desafiantes para a aprendizagem dos alunos. No entanto, também colocam desafios significativos às práticas dos professores na sala de aula (CANAVARRO, OLIVEIRA & MENEZES, 2012).

Pinto afirma que, "a investigação no âmbito do ensino-aprendizagem de números racionais, nomeadamente representados por fracções e suas operações, existente em Portugal é escassa e recente" (p.10, 2011). Devido a isto, a autora buscou realizar diversos estudos em trabalhos anteriores, para saber o verdadeiro significado dos alunos sobre fração. Um de seus estudos, Pinto procurou entender qual dos significados de parte-todo, quociente e operador, facilitava a compreensão dos alunos sobre noções de equivalência e representações de frações, por meio de estudo experimental. Com isso, suas pesquisas levaram a concluir que os alunos apresentaram um maior desempenho em situações que envolvem os significados de quociente e de operador, do que em situações que envolvem o significado da parte-todo e por isso deve-se dá uma atenção maior aos conhecimentos de frações para a resolução de problemas. A autora destaca ainda que, várias questões são levantadas relativas ao aspecto dos alunos desenvolverem o conceito de número racional e salienta para essa necessidade de "investimento na formação de professores, bem como a de repensar as concepções teóricas sobre o ensino e a aprendizagem" (PINTO, p.14, 2011).

Nesse contexto, a investigação na área de ensino-aprendizagem dos números racionais em Portugal,

> "(i) contempla o currículo nacional do ensino básico; (ii) difícil de ensinar e aprender; e (iii) com escassa investigação em Portugal, sobretudo ao nível do desenvolvimento do sentido das operações" (PINTO, p.14, 2011).

Assim, "a designação 'sentido' implica que se veja o aluno como um pensador, uma pessoa capaz de compreender os domínios matemáticos" (PINTO, p. 93, 2011). E isso está relacionada com o ensino e a aprendizagem da matemática.

2.2.1 Programas e Metas Curriculares de Matemática

De acordo com o Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico de Portugal - PMEBP (2013), a organização curricular da disciplina de Matemática é estabelecida de acordo com os conhecimentos e as capacidades fundamentais que os alunos devem adquirir e desenvolver. Ele apresenta três grandes finalidades para o ensino: a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade, que são atingidos ao longo dos conteúdos matemáticos e por isso, o programa se constitui através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas. Dessa forma, os conteúdos dos ciclos escolares, como assim estão organizados em Portugal, encontram-se organizados por domínios de conteúdos.

Os domínios para o 6º ano do Ensino Fundamental, que estão classificados como 2º ciclo, se apresentam em quatro grupos: números e operações, geometria e medida, álgebra e organização e tratamento de dados. Os números racionais se encontram no primeiro domínio: números e operações, devendo-se mostrar a utilização dos números racionais em variados contextos, relacionando de forma eficaz suas diversas representações e apresentar situações que envolvam proporcionalidade direta de grandezas.

2.2.2 Ensino exploratório

A prática do ensino exploratório da matemática exige do professor identificação e seleção de tarefas adequadas para a sala de aula, uma vez que ela irá explorar as potencialidades dos alunos (CANAVARRO, OLIVEIRA & MENEZES, 2012). "O ensino-aprendizagem dos números racionais no ensino básico não tem sido uma tarefa fácil, [...] os erros são inúmeros e frequentes quando o tema trabalhado são os números racionais" (CURTY, p. 27 e 29, 2016).

> "A aprendizagem da Matemática e, por conseguinte, a aprendizagem da multiplicação e divisão de números racionais, não deve ser entendida como um mero processo de transmissão e recepção de informação, mas sim como um processo de construção que privilegie as ideais e os processos

> fundamentais da Matemática, conduzindo os alunos a uma interiorização compreensiva dos algoritmos" (PINTO, p. 9, 2011).

No âmbito da educação matemática em Portugal, uma mudança concretizou a passagem do ensino direto para um ensino-aprendizagem exploratório, como uma aprendizagem significativa para os alunos, mas constituindo um desafio de implementação, relacionada ao professor que se deseja trabalhar (MESTRE & OLIVEIRA, 2012). Assim, a principal característica do ensino-aprendizagem exploratório é promover nos alunos a construção e descoberta de conhecimentos e a exploração de tarefas matemáticas são oportunidades para a construção do conhecimento (PONTE, 2005).

2.2.3 Tarefas Matemáticas

De acordo com Ponte (2005), as tarefas matemáticas permitem que os alunos se envolvam em atividades ricas e produtivas para a sua aprendizagem. Desse modo, a aprendizagem resulta da atividade em que os alunos realizam e refletem que, ao se envolver na atividade, realiza-se uma tarefa, constituindo o objeto da atividade. Sendo formulada pelo professor, proposta pelo aluno ou até mesmo o professor em conjunto com o aluno, Ponte (2005) ressalta que existem muitos tipos de tarefas matemáticas, relacionadas ao nível de grau de dificuldade, sendo elas: os problemas, os exercícios, as investigações, os projetos e as tarefas de modelação. Vejamos a relação na Figura 1.

Figura 1 – Relação entre os tipos de tarefas

Fonte: Ventura (2005), adaptado de Ponte (2005).

De acordo com a definição de Ponte (2005) e a relação adaptada de Ventura (2005) verificamos que, as tarefas em destaques, problema e exploração, tem uma relação de nível de desafio mais reduzido com elevado, englobando uma tarefa mais aberta com uma fechada, caracterizando um ensino exploratório.

- **Problema**

  Para se caracterizar um problema irá depender do tipo de aluno a que esteja se referindo, pois um mesmo problema pode parecer fácil para certo aluno, que tenha certa idade, enquanto que para outro não. Ponte (2005) afirma que um problema sempre envolverá uma atividade de grau de dificuldade mais elaborado.

- **Exercício**

  Um exercício está caracterizado de acordo com a disposição do aluno para resolução da tarefa, se ele possui um processo mediado para resolver, a questão será um exercício, caso não, a questão será um problema (PONTE, 2005).

- **Investigação**

  Uma investigação é definida como uma tarefa em que exige muito trabalho, em termos de elaboração de estratégias ou de formulação específica para resolver a questão (PONTE, 2005).

Nesse sentido, diante das várias representações que um número racional pode ser apresentado, é importante que o aluno entenda seu processo e não apenas decorar métodos.

3 Procedimentos Metodológicos

Para este estudo, considerando sua finalidade, que é a compreensão dos números racionais não negativos no 6º ano do Ensino Fundamental II, realizou-se uma pesquisa de cunho qualitativa, feita através da elaboração, aplicação e análise de uma sequência de tarefas matemática, por parte dos alunos envolvidos no contexto do número racional. Antes da elaboração e aplicação da sequência realizou-se observações e intervenções na sala de aula para complemento de estudo, como a recolha de dados.

3.1 Descrição

A investigação do trabalho realizou-se em uma turma do 6.º ano de escolaridade de uma escola pública da Cidade de Bragança, em Portugal. É de cunho qualitativo, isto é, envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo (GODOY, 1995).

Como afirmam MEIRINHOS & OSÓRIO, "a metodologia qualitativa orienta-se por uma perspectiva mais interpretativa e construtivista" (2016, p. 50). Desse modo, analisar os processos de resolução de problemas matemáticos por parte dos alunos é um dos objetivos desse estudo. De caráter qualitativo, é feito mediante a aplicação de uma sequência de tarefas para análises dos processos de resolução dos alunos sobre os números racionais não negativos.

Segundo MEIRINHOS & OSÓRIO (2016, p. 51), "os modelos qualitativos sugerem que o investigador esteja no trabalho de campo, faça observação, emita juízos de valor e que analise". Desse modo, a investigação desse trabalho ocorreu em todo ambiente escolar, com observações necessárias para as análises de dados da turma do 6º ano de escolaridade. Em consequência disto, o problema do estudo surgiu a partir das próprias observações das aulas de matemática na sala de aula durante o tempo de estágio da IPP II, sob um período de quatro meses.

Devido à curiosidade e inquietação dos momentos em sala de aula e da relação do professor e aluno, surgi o interesse em verificar os conhecimentos dos alunos atendendo os critérios de uma sequência de tarefas, como uma proposta de ensino e verificação de aprendizagem. As indagações surgiram a partir das observações, por meio do contato direto durante as aulas de matemática e resoluções de exercícios na própria folha de caderno, quando os alunos omitiam erros durante os processos simples de operações e representações numéricas, como números fracionários e inteiros. Nesse contexto, a análise de dados recorreu à observação da turma participante, a regência de aulas sobre os números racionais e a aplicação da sequência das tarefas.

Para complementar as análises de dados foram realizadas as análises prévias englobando as análises didática e cognitiva. A análise didática aborda acerca dos métodos como os números racionais foram ensinados. A análise cognitiva analisa as dificuldades de aprendizagem dos alunos em relação aos números racionais, assim como as dificuldades e obstáculos que surgem ao longo da construção do conhecimento (ALVES, 2012).

Em seguida, será descrito o contexto do estudo e os participantes, como agentes indispensáveis para o desenvolvimento do trabalho e intervenções na sala de aula, durante a regência do estágio. Mais à frente, será descrito sobre as tarefas, como um instrumento de estudo à aprendizagem dos alunos.

3.1.1 Contexto do estudo

É importante levar em consideração o contexto em que o trabalho foi realizado mediante a realidade dos alunos, a fim de tentar compreender o comportamento e a relação em que eles possuíam em sala de aula.

O estudo surgiu, inicialmente, através da oportunidade de Intercâmbio de Mobilidade Internacional de parceria entre Brasil e Portugal. A ideia do trabalho teve como ponto de partida a vivência durante a disciplina de estágio supervisionado, como já referido, a IPP II.

Para o contexto do estudo, alguns aspectos considerados importantes foram influenciadores da pesquisa:

- **Inserido no contexto da escola pública portuguesa:** Conhecendo apenas a educação pública brasileira, o contato com a escola pública portuguesa aconteceu pela primeira vez. Sendo países diferentes, a realidade da educação não é a mesma;
- **Estagiária brasileira:** Os alunos portugueses nunca tiveram contato com professores brasileiros em sala de aula. A linguagem como modo de referir e pronunciar as palavras foram aspectos que concentraram atenção durante a aula;
- **Professora efetiva:** A professora dos alunos não era formada em matemática. Sua formação era em economia, mas possuía anos de prática profissional em sala de aula. Sempre recorria ao ensino tradicional e a quantidade de anos da profissão deixava-a cansada e pouco interessada pela aprendizagem dos alunos;
- **Professora auxiliar:** Devido o comportamento, interesse e nível de aprendizagem dos alunos, havia uma professora auxiliar que não dava muita importância aos alunos.

Era pouco ativa nas atividades em sala de aula e também estava desinteressada pela turma. Em outro horário, ocupava cargo de professora titular com outro ano de escolaridade;

- **Nível baixo de aprendizagem matemática:** A turma possuía dificuldade de aprendizagem na disciplina, principalmente com as operações básicas;

- **Alunos imperativos em sala de aula:** Estes deveriam ter uma atenção maior e por isso a necessidade de uma professora auxiliar. Mas, esta deixava os alunos de "mão", com falta de interesse.

Todos esses aspectos foram observados e influenciadores da pesquisa. Eles foram utilizados como ponto de partida para a investigação, surgido durante as aulas sobre os números racionais.

3.1.2 Participantes no estudo

A turma de matemática do 6º ano era composta por dezesseis alunos, dez do sexo masculino e seis do sexo feminino. Todos eram de nacionalidade portuguesa e tinham idades que variavam entre onze e treze anos. Com acesso ao Plano da Turma do ano letivo de 2017/2018 (AEAB, 2017), observei que os alunos viviam habitualmente com seus pais e também com irmãos. Dentre os dezesseis alunos, três possuíam problemas de saúde, como dificuldades auditivas, visuais ou de linguagem. Grande parte dos alunos obteve nível negativo em matemática no ano anterior.

Ainda em referência ao Plano de Turma (AEAB, 2017), alguns alunos declaravam realizar uma melhor aprendizagem durante as aulas, mas outros afirmaram aprenderem melhor sozinhos ou em grupo. Em relação à disciplina de matemática, apenas um aluno dizia gostar, os demais não gostavam ou gostavam pouco, o que, provavelmente, muito tem contribuído para o insucesso na disciplina, aliada à falta de atenção ou concentração e à indisciplina durante as aulas.

Na turma trabalhavam duas professoras de matemática, uma responsável pela abordagem dos conteúdos e outra que auxiliava no controle dos comportamentos inadequados dos alunos e os apoiava nas tarefas. O fato de ter uma professora de apoio era considerado uma necessidade, visto que a turma era definida como uma das que tinham rendimento escolar baixo e mau comportamento, problema que não estava a ser ultrapassado mesmo com aulas de apoio, um reforço no horário da disciplina. Era notório que havia pouco empenho por parte dos alunos e que eles não eram motivados com recursos que chamassem a atenção para os conteúdos abordados, geralmente os recursos utilizados eram quadro e giz, tornando as aulas pouco dinâmicas e atrativas.

3.2 Recolha e Análise dos dados

Aqui será descrito o processo de recolha de dados, apresentando as técnicas e o instrumento de recolha. Para este último, o enfoque é na análise dos dados apresentando à justificativa das tarefas e o seu processo de realização.

3.2.1 Processo de recolha

O processo de recolha de dados inclui as análises didáticas e cognitivas dos alunos, como instrumento de análises prévias a partir do meio de contato com os sujeitos e seu contexto natural. Para análise a priori, o instrumento utilizado foi à sequência das tarefas com o objetivo de compreender como os alunos construíam o conceito de número racional em suas representações fracionária e decimal.

Desse modo, a pesquisa se deu no ambiente de sala de aula durante as aulas de matemática e as análises didáticas incluiu o processo de ensino dos números racionais, que foi introduzido durante as aulas de estágio. Diante do contexto do estudo, considerando as dificuldades e o nível de aprendizagem dos alunos, os métodos de ensino eram explorados utilizando apenas o ensino tradicional, com mediação do quadro e livro didático. O livro também era disponibilizado em modo digital, e era a única forma em que o computador era utilizado, para exposição do livro. O que se observou é que o ensino dos números racionais ocorreu com a utilização de apenas um procedimento de representação, onde pouco se observou a relação existente entre o número racional na representação fracionária e na representação decimal. Os obstáculos encontrados pelos alunos na compreensão do conteúdo eram relacionados à falta de compreensão dos assuntos já vistos anteriormente, e também a compreensão dos processos das operações básicas da matemática.

Tendo em vista a natureza da pesquisa, os instrumentos para a recolha de dados foram realizados a partir do diário de campo, em que foi organizado um caderno pessoal com anotações das observações e impressões das aulas, permitindo recuperar as observações e descrição detalhada do envolvimento dos alunos; do instrumento sequência de tarefas, utilizando os conhecimentos a cerca do conteúdo relacionado ao cotidiano. Este instrumento foi aplicado no final das aulas do conteúdo como uma forma de analisar a compreensão do mesmo.

3.2.2 Análise dos dados

Levando em consideração o instrumento principal de análise de dados, as tarefas selecionadas para cunho investigativo tinha uma sequência com seis tarefas, cada uma com sua estratégia de exploração, retiradas e adaptadas de MONTEIRO & PINTO (2012). A sequência fez referência à estrutura multiplicativa dos números racionais não negativos, ou seja, conceitos como multiplicação, divisão, dobro, metade, triplo, razão e proporção.

Com a sequência de tarefas foi verificado os vários tipos de procedimentos que os alunos realizaram durante a resolução, permitindo utilizar os seus conhecimentos prévios e suas experiências adquiridos no meio escolar e também no meio social.

De acordo com MONTEIRO & PINTO (2012), as tarefas apresentam possíveis trajetórias de aprendizagem que permitem aos alunos o desenvolvimento da compreensão de operações, neste caso no conjunto dos números racionais não negativos. A sequência apresentou recursos que permitiam matematizar às situações, algumas delas incentivando o cálculo mental e a estimativa, e permitiu ao aluno mobilizar os conhecimentos que já possuíam, dando significados aos conceitos, compreendendo e generalizando noções e regras.

Os alunos resolveram a sequência das seis tarefas em uma aula de noventa minutos da disciplina de matemática. Antes da resolução foi feito um diálogo orientando os alunos para a colaboração e compreensão no sentido de responderem com o máximo de clareza e empenhamento, registrando todos os cálculos que tivessem de efetuar, importante para a coleta dos dados sobre o processo de aprendizagem matemática. Segue a descrição das tarefas:

- **Tarefa 1**

  A tarefa 1 - intitulada *Garrafas de leite* - explorou a multiplicação como adição de parcelas iguais, sendo as parcelas frações unitárias, dando a oportunidade de fazer conexões entre o raciocínio aditivo e multiplicativo. Ela permitiu a exploração das diferentes representações de números (MONTEIRO & PINTO, 2012).

  Enunciado:

  1. O Paulo foi ao supermercado comprar duas garrafas de $^1/_2$ litro de leite, portanto trouxe o dobro de meio litro de leite. Se tivesse comprado quatro garrafas iguais, que porção de leite tinha trazido?
  2. Se o Paulo tivesse trazido o triplo de $^1/_2$ litro de leite que quantidade de leite tinha trazido?

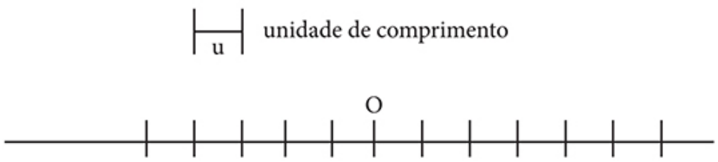
- **Tarefa 2**

  A tarefa 2 - *Multiplicar um número natural por uma fração na reta numérica* - também faz exploração da multiplicação como adição de parcelas iguais, recorrendo ao modelo da reta numérica. Permite representar as diferentes parcelas na reta e identificar o produto recorrendo a diferentes representações dos números, fração ou decimal (MONTEIRO & PINTO, 2012).

  Enunciado:

1. Assinala na reta numérica os números representados pelas expressões A e B. Explica o teu raciocínio.

$$A = 3 \times \frac{1}{2} \qquad\qquad B = 10 \times \frac{1}{5}$$



- **Tarefa 3**

  A tarefa 3 - *Compras na padaria* - também fez exploração à multiplicação como adição de parcelas iguais, permitindo o aluno fazer conexões entre o raciocínio aditivo e multiplicativo (MONTEIRO & PINTO, 2012).

  Enunciado:

  1. A Maria e o João foram à padaria comprar pão. Cada pão pesava $^3/_4$ kg. Quantos quilos de pão trouxeram sabendo que compraram quatro pães?
  2. E se tivessem comprado oito pães?

- **Tarefa 4**

  A tarefa 4 - *Igualdades com somas de produtos* - recorre à exploração da multiplicação como adição de parcelas iguais e a identificação a diferentes representações do número racional, em forma de fração ou decimal (MONTEIRO & PINTO, 2012).

  Enunciado:

  1. Completa as seguintes igualdades:
     (a) $^1/_7 + {}^1/_7 + {}^1/_7 = \_\_\_\_ \times {}^1/_7 = \_\_\_\_$
     (b) $0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 5 \times \_\_\_\_ = \_\_\_\_$
     (c) $^2/_3 + {}^2/_3 + {}^2/_3 + {}^2/_3 + \_\_\_\_ = 5 \times {}^2/_3 = \_\_\_\_$

- **Tarefa 5**

  A tarefa 5 - *Chocolates para oferecer* - explora as estruturas multiplicativas dos números racionais permitindo os alunos utilizar conceitos como divisão, metade, triplo, razão e proporção.

  Enunciado:

1. No dia do seu aniversário o Tomás quer oferecer chocolates aos 24 colegas da sua turma. Quantos chocolates iguais terá de comprar se quiser oferecer $1/2$ de um chocolate a cada colega?
2. E se quisesse oferecer $1/3$ de chocolate a cada um?
3. E se quisesse oferecer $1/4$ de chocolate a cada um?
4. E se quisesse oferecer $1/8$ de chocolate a cada um?

- **Tarefa 6**

  A tarefa 6 - *Cálculo de produtos* - permite identificar o produto dos números racionais recorrendo às representações fracionária, decimal e mista, além de representar a soma das parcelas identificando o produto (MONTEIRO & PINTO, 2012).

  Enunciado:

  1. Calcula os seguintes produtos:
     (a) $3 \times 1/8 =$ ____
     (b) $10 \times 1/2 =$ ____
     (c) $8 \times 0,25 =$ ____
     (d) $2 \times 1\,1/2 =$ ____
     (e) $20 \times 3/4 =$ ____
     (f) $10 \times 0,75 =$ ____

Desse modo, a sequência das seis tarefas apresentadas "possibilita que os alunos compreendam a multiplicação de números racionais positivos como uma soma de parcelas iguais e usem o operador multiplicativo aplicado a uma fração e a um numeral decimal" (MONTEIRO & PINTO, 2012, p. 13), terminando com o cálculo de produtos que pode ser feito mentalmente. Segue em detalhes no capítulo três, apresentados adiante.

4 Interpretação de dados

Este capítulo faz referência às análises e descrições dos instrumentos proposto na metodologia da pesquisa. Serão apresentados os resultados dos registros produzidos pelos alunos na sequência de tarefas a partir de categorização das suas respostas. Analisando detalhadamente as resoluções de cada aluno, o objetivo é evidenciar e tentar compreender a aprendizagem dos conceitos dos números racionais não negativos, considerando todos os dados já mencionados no capítulo anterior.

Destaca-se ainda, que a sequência de tarefas permitiu evidenciar informações relacionadas à leitura, interpretação de frações registradas com símbolos, esquemas e desenhos, noções de equivalência, comparação de frações e desempenho na realização das operações de adição e multiplicação de frações. Para evitar repetições nas respostas de cada de aluno, procurou-se captar os processos que emergem resoluções semelhantes, apresentando os dados a partir de categorização de respostas.

4.1 Tarefas

Para a categorização das respostas, as tarefas foram resolvidas individualmente e quinze alunos estiveram presentes na realização. Cada um foi associado a uma letra, de A a O, como forma de referenciar sua resolução.

Considerando as estratégias propostas nas tarefas, MONTEIRO & PINTO (2012) ressalta que elas possibilitam que os alunos compreendem a multiplicação dos números racionais positivos como uma soma de parcelas iguais, usando o operador multiplicativo aplicado a uma fração e a um numeral decimal, eles terminam com cálculo de produtos que pode ser feito mentalmente.

4.1.1 Tarefa 1

Em análise a primeira tarefa, a qual foi exigida o conhecimento de fração relacionado ao raciocínio aditivo e multiplicativo, verificou-se que grande parte dos alunos realizaram bem, através de cálculos e representações por meio de desenhos e esquemas.

Os alunos A e C tiveram resoluções semelhantes na primeira parte da tarefa e diferentes na segunda parte. Em relação à parte um, os alunos estabeleceram conexões coerentes às suas ideias matemáticas ao começar pela organização dos dados do problema. Por escrita, eles fizeram a representação de números através de palavras e forma inteira. Começou descrevendo que o problema apresenta 2 garrafas de meio litro de leite cada, e que este resulta na soma de "meio + meio= 2 garrafas, então 2 garrafas + 2 garrafas = meio+ meio+ meio+ meio = 2 litros de leite".

Na segunda parte, o aluno C apresentou uma resolução detalhada da construção de seu raciocínio matemático:

> "O triplo de meio litro de leite é escrito como $3 \times 1/2 = 3/2$ e isto é igual a 1 litro e meio, porque $1/2$ é meio litro e $2/2$ é um litro, portanto $3/2$ são um litro e meio"

Observa-se que ele explora o conhecimento matemático com a ideia de números inteiros e adição de frações com equivalência ao número decimal e sente-se seguro ao fazer conexão das representações matemáticas, diferente do aluno A, porque este não soube representar o número decimal em fracionário, como mostra a figura abaixo.

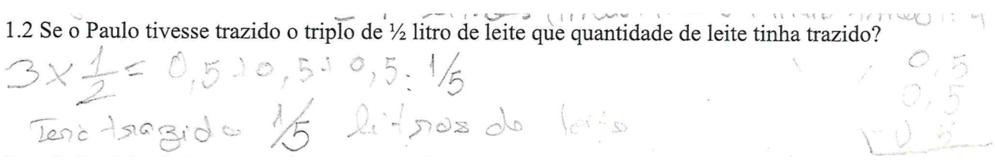


Figura 2 – Resolução do aluno A na primeira tarefa, segunda parte

Ele entende que triplo de $1/2$ litro de leite é dado pela multiplicação do número 3 à fração. Mas, ao fazer o processo da soma de parcelas iguais atrapalha-se na representação de seu resultado, dado por $1/5$, em vez de $1,5$ ou $3/2$. É perceptível que ele sabe fazer a soma dos números decimais, deixado pelo registro da conta na figura 1, mas faz a interpretação que $1,5 = 1/5$ e erra no resultado final da tarefa.

Os alunos H, I e J seguem estruturas multiplicativas com dois passos na primeira parte da tarefa. Eles fizeram uma relação direta com os números e percebem que seu resultado é dado pela multiplicação de $1/2 \times 4 = 2$ litros de leite. O primeiro passo foi fazer a construção de adições sucessivas em que $1/2 + 1/2 = 1$ litro e o segundo passo foi multiplicar este resultado por 2, entendendo que a quantia de quatro garrafas de leite será duas vezes 1 litro. Na segunda parte, os alunos I e J fazem a execução de procedimentos que são presentes em sua rotina, aplicação do algoritmo da multiplicação e aptidões técnicas padronizadas, como a resposta direta: multiplicação de $0,5 \times 3 = 1,5$ litros de leite. Já o aluno H, nesta segunda parte da tarefa um dá importância à compreensão da matemática adquirida ao longo das aulas, ele escreve que: "Teria 1,5 litros de leite porque $1/2 \times 2 = 1$ litro e o triplo é 3 vezes, então a 1 litro adicionamos meio litro", ele entende que 1 litro é resultado de $0,5 + 0,5$ e adiciona mais $0,5$ litros.

O aluno E faz a resolução por meio de desenhos de garrafas de leite e os alunos G e D seguem resoluções semelhantes de multiplicação, porém com cálculos errados. Os alunos K, L, M, N e O não responderam esta tarefa e não deixaram nenhum registro. Um problema em que eles poderiam representar o resultado de diversas formas e através de várias estratégias por meio de desenhos ou representações numéricas, não revelaram interesse e satisfação pela resolução, em particular, apresentaram-se maiores dificuldades pela disciplina.

4.1.2 Tarefa 2

Os resultados dos alunos nesta tarefa tiveram resoluções muito peculiares. Foram registradas explicações e representações numéricas decorrente de expressões e operações da multiplicação de um número natural por uma fração numérica. Desse modo, foi solicitado a representação, na reta numérica, dos números dados nas expressões.

Verificando o aluno A, observa-se que ele continua representando os números de forma incorreta, principalmente na multiplicação de um número inteiro a um fracionário, como observa-se na figura 2.

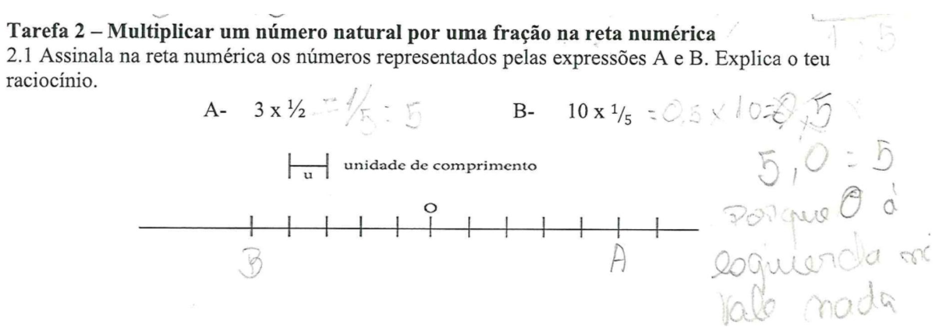
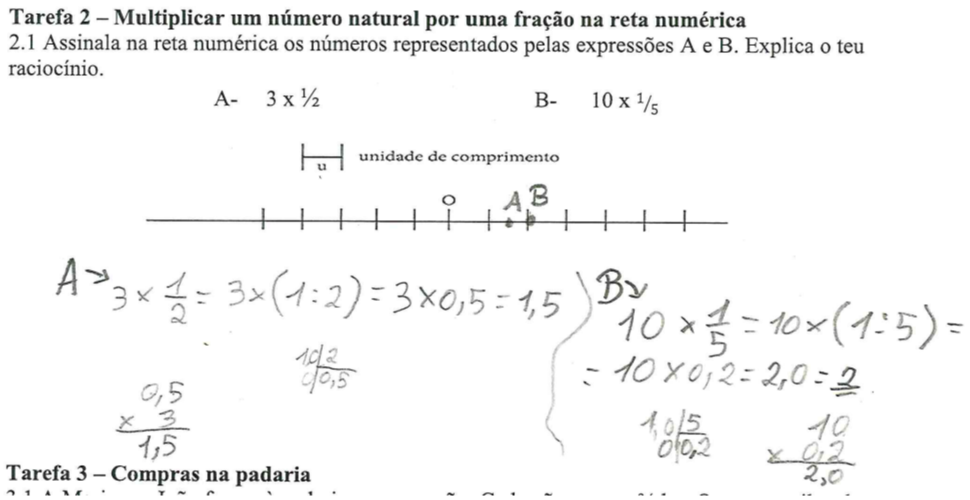


Figura 3 – Resolução do aluno A na segunda tarefa

No item A, o aluno faz a multiplicação errada e tem resultado $^1/_5$, iguala ao número 5 e ignora o seu numerador, por ser o número 1 entende-se que ele não tem valor, o que provavelmente faz analogia a fração $^5/_1$, em que pode ser representada apenas pelo número 5. Mas, o erro torna-se mais visível com a multiplicação do item B. Na figura 2 é fácil notar que ele pouco domina as operações e representa $^1/_5 = 0,5$, semelhante ao aluno F, que comete o mesmo erro. No fim, com a expressão errada, faz a multiplicação correta e diz que – "$5,0 = 5$ *porque* 0 *a esquerda não vale nada*".

Os alunos G e L fazem a tarefa correta e seguem estruturas semelhantes ao fazer a multiplicação das expressões dividindo a fração e substituindo por um número decimal. A figura 3, a seguir, mostra a resolução do aluno G.



Tarefa 2 – Multiplicar um número natural por uma fração na reta numérica
2.1 Assinala na reta numérica os números representados pelas expressões A e B. Explica o teu raciocínio.

A- $3 \times \frac{1}{2}$ B- $10 \times \frac{1}{5}$

unidade de comprimento

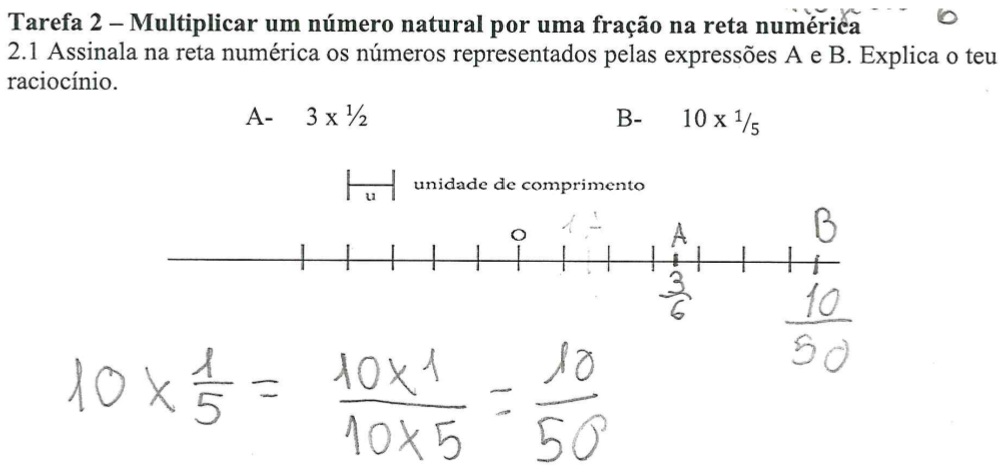
$A \rightarrow 3 \times \frac{1}{2} = 3 \times (1:2) = 3 \times 0{,}5 = 1{,}5$

$B \rightarrow 10 \times \frac{1}{5} = 10 \times (1:5) = 10 \times 0{,}2 = 2{,}0 = 2$

Tarefa 3 – Compras na padaria

Figura 4 – Aluno G na segunda tarefa

Os alunos E e H também fazem a resolução da tarefa correta a partir de multiplicações diretas. Já o B e I acertam a multiplicação do item A e erram do item B. K e D erram na resolução e faz a multiplicação do número inteiro por cada parte da fração, figura 4.



Tarefa 2 – Multiplicar um número natural por uma fração na reta numérica
2.1 Assinala na reta numérica os números representados pelas expressões A e B. Explica o teu raciocínio.

A- $3 \times \frac{1}{2}$ B- $10 \times \frac{1}{5}$

unidade de comprimento

$10 \times \frac{1}{5} = \frac{10 \times 1}{10 \times 5} = \frac{10}{50}$

Figura 5 – Resolução do aluno K

O aluno C fez a resolução da tarefa correta com explicações e analogias interessantes, com correspondência de inteiros e parte de um todo. Na figura 5, verifica-se que ele além de decompor o resultado da expressão, faz a construção da fração e representa sua forma inteira, por meio da divisão. Não deixou nenhum registro de cálculo, o que provavelmente fez as operações mentalmente.

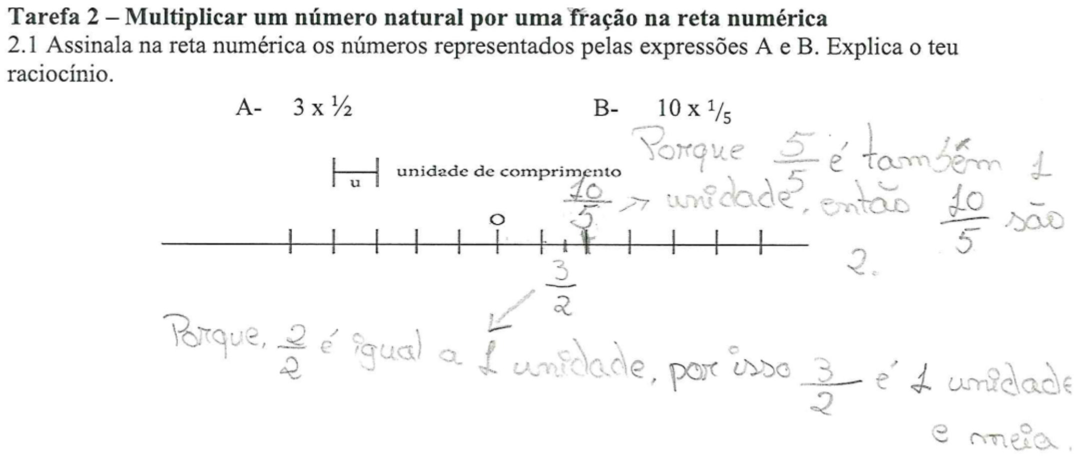


Figura 6 – Aluno C na segunda tarefa

Apenas um aluno diz fazer mentalmente e os alunos M, N e O também não responderam esta tarefa e não deixaram nenhum registro.

4.1.3 Tarefa 3

Os resultados da tarefa 3 foram categorizados de três formas: 1) composta por alunos em que responderam corretamente; 2) alunos que responderam incorretamente; e 3) alunos que deixaram em branco. O gráfico 1 mostra os seguintes resultados:

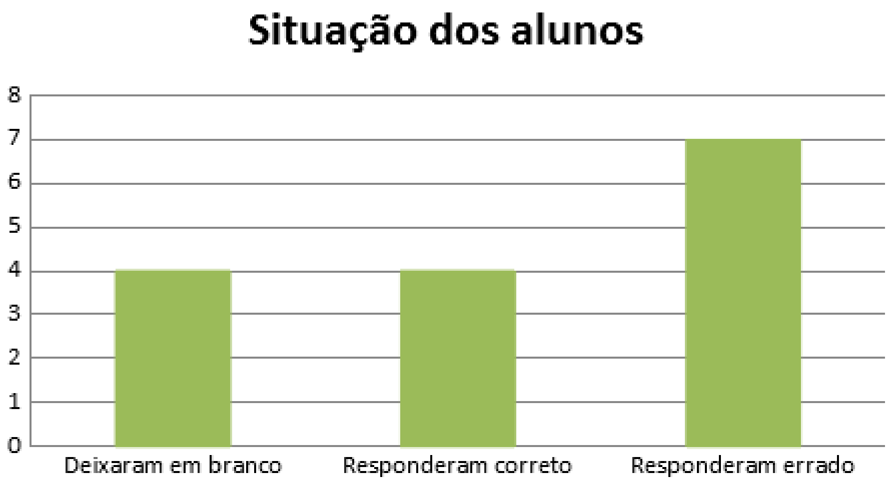
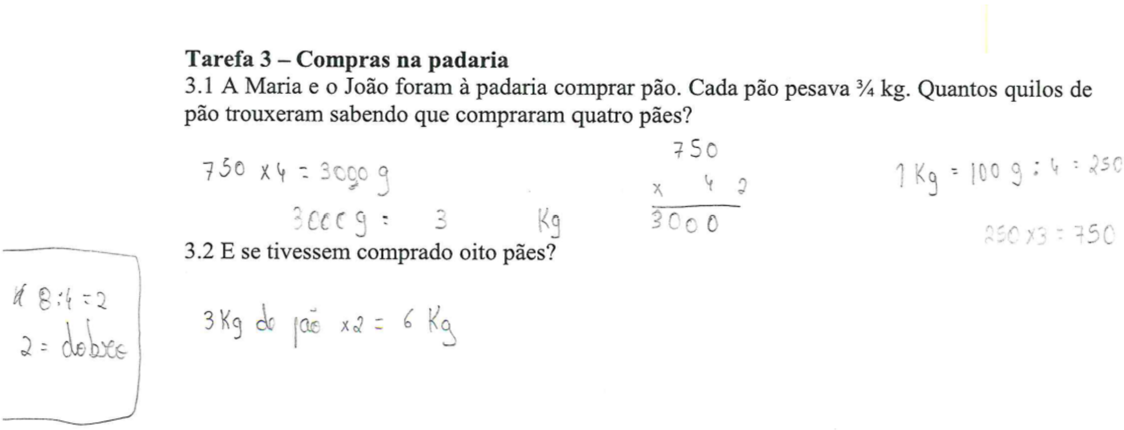


Figura 7 – Gráfico 1: Resultados para a tarefa 3

Nota-se que, grande parte dos alunos (46%) resolveu a tarefa incorretamente e que a mesma quantidade de acertos foi à mesma quantidade de brancos. Os que não souberam resolver apresentaram muitos erros com as operações e na construção de seu raciocínio.]

Na primeira categorização, houveram três processos diferentes de resolução, os alunos A e E utilizou soma de frações, o C, multiplicação de frações e o J, transformação de medidas de massa. Neste último, é curioso observar a forma como a tarefa foi resolvida, o único a utilizar esse procedimento, figura 7.



Tarefa 3 – Compras na padaria
3.1 A Maria e o João foram à padaria comprar pão. Cada pão pesava ¾ kg. Quantos quilos de pão trouxeram sabendo que compraram quatro pães?

750 x 4 = 3000 g

3000 g = 3 Kg

$\begin{array}{r} 750 \\ \times\ 4 \\ \hline 3000 \end{array}$

1 Kg = 1000 g : 4 = 250

250 x 3 = 750

3.2 E se tivessem comprado oito pães?

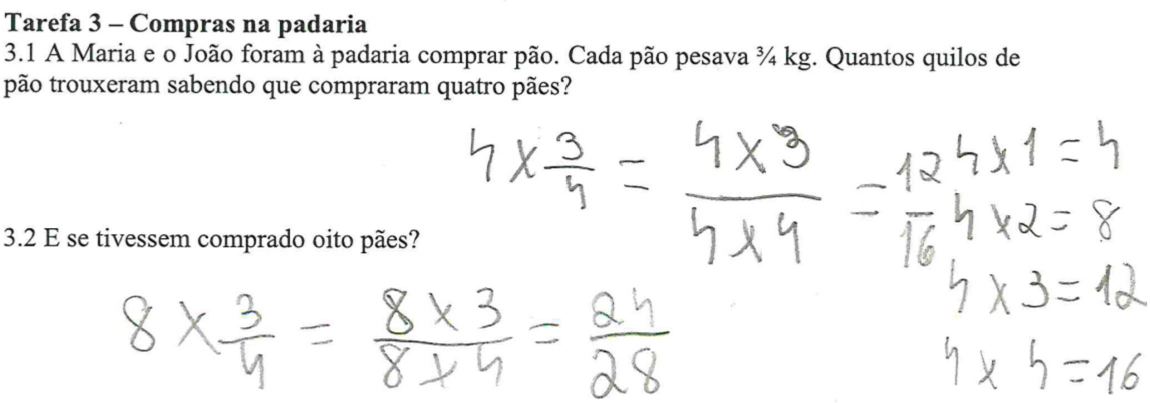
3 Kg do pão x 2 = 6 Kg

8 : 4 = 2
2 = dobro

Figura 8 – Resolução do aluno J na terceira tarefa

Para se obter 3/4kg do valor de cada pão, partindo da quantidade de massa referente a 1kg, o aluno entende que 3/4kg = 250g e assim se obtém os 3/4 multiplicando esse valor por 3, no fim, para a quantidade de quatro pães comprados, ele multiplica o valor por 4. É perceptível que o aluno apresenta um bom raciocínio e manipula bem as operações, diferentes dos outros alunos, em que não souberam resolver.

O aluno A e E, respondem corretamente apresentando soma de frações, com soma de numeradores e a repetição do denominador, diferente do aluno K e G, em que erram a multiplicação fazendo com que o número inteiro seja distribuído nas duas partes da fração, como se observa a resolução do aluno K na figura abaixo.



Tarefa 3 – Compras na padaria
3.1 A Maria e o João foram à padaria comprar pão. Cada pão pesava ¾ kg. Quantos quilos de pão trouxeram sabendo que compraram quatro pães?

$4 \times \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$

4 x 1 = 4
4 x 2 = 8
4 x 3 = 12
4 x 4 = 16

3.2 E se tivessem comprado oito pães?

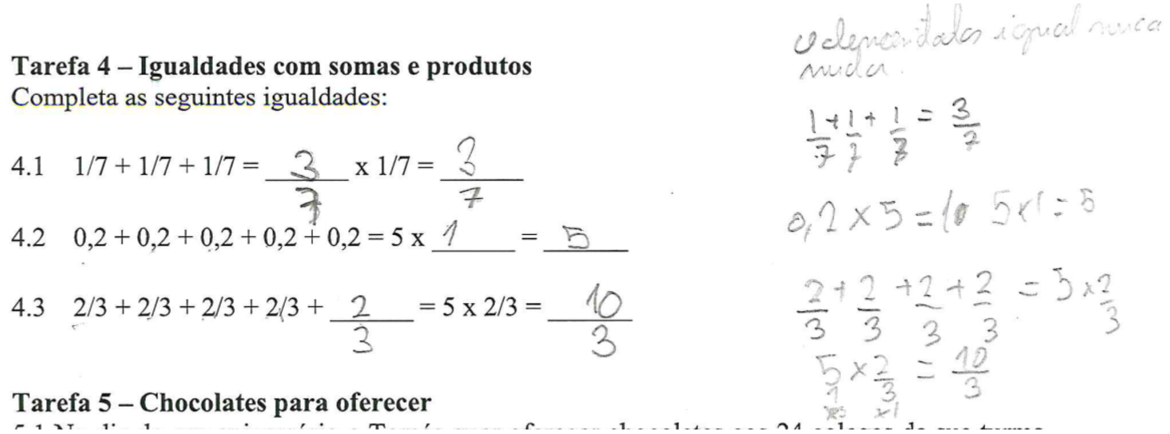
$8 \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{8 \times 4} = \frac{24}{28}$

Figura 9 – Resolução do aluno K

O erro dos alunos K e G é o mesmo em que se apresenta na maioria, havendo uma grande confusão no processo algoritmo de multiplicação, em que não compreendem o processo. Esta falha é bastante notório, não só na tarefa 3, mas em quase todas elas.

4.1.4 Tarefa 4

A tarefa 4 explorou a multiplicação com adição de parcelas iguais, para que o aluno pudesse identificar e compreender o processo das igualdades que foram colocadas através das repetições. Partindo da soma das parcelas, tanto fracionária como decimal, poucos alunos compreendiam o que estavam fazendo e não souberam o que colocar no espaço de complete. Tinha alunos em que fizeram corretamente, justificando ter feito através do processo mental, outros diziam ter feito no "coalho", onde aqui no Brasil refere-se ao "chute" e ainda tinha aqueles em que fizeram errado ou não fizeram nada.Verificamos, por exemplo, na figura 9, o procedimento em que o aluno E fez.


Tarefa 4 – Igualdades com somas e produtos
Completa as seguintes igualdades:

4.1 1/7 + 1/7 + 1/7 = $\frac{3}{7}$ x 1/7 = $\frac{3}{7}$

4.2 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 5 x 1 = 5

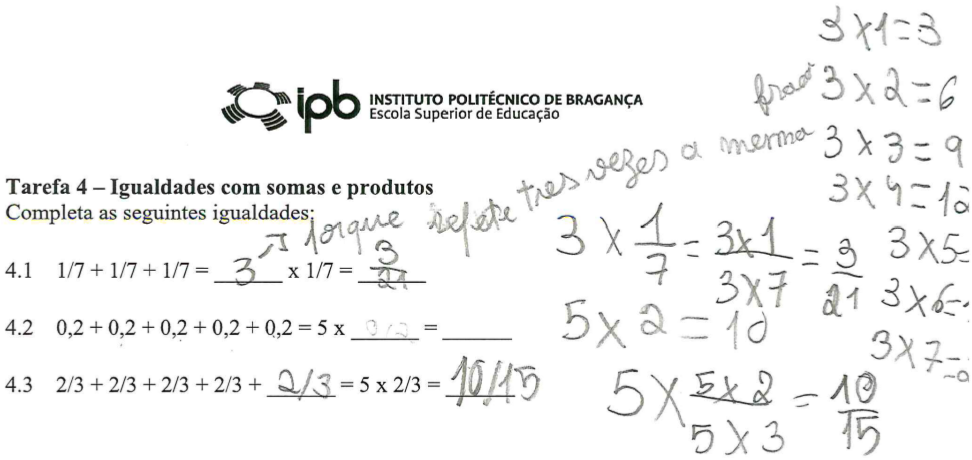
4.3 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + $\frac{2}{3}$ = 5 x 2/3 = $\frac{10}{3}$

Tarefa 5 – Chocolates para oferecer

Figura 10 – Resolução do aluno E

O aluno compreende o comportamento das igualdades e faz a resolução de cada parte em que é colocada. Ao lado, ele deixa registrado o procedimento de todos os cálculos e verificou-se que, em soma de frações ele faz corretamente, com a repetição do denominador igual, já na multiplicação ele faz esse mesmo procedimento de repetição, o que não é correto. Dessa forma, percebe-se que durante a tarefa o aluno foi impulsionado a fazer esse tipo de multiplicação, que não é o correto.

Outra forma equívoca ocorreu com o aluno K, em decorrência do seu algoritmo previamente formado, a multiplicação de um número inteiro com um fracionário, é multiplicar este inteiro para as duas partes da fração. Vejamos a figura a seguir.


INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA
Escola Superior de Educação

Tarefa 4 – Igualdades com somas e produtos
Completa as seguintes igualdades:

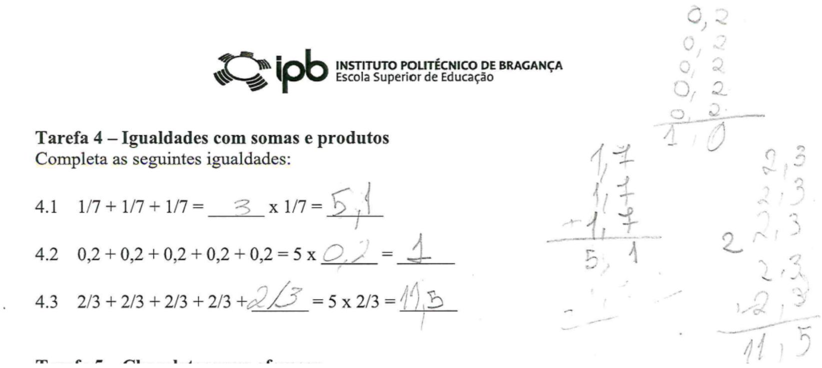
4.1 1/7 + 1/7 + 1/7 = ____ x 1/7 = ____

4.2 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 5 x ____ = ____

4.3 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + ____ = 5 x 2/3 = ____

Figura 11 – Resolução do aluno K

Esse mesmo erro persiste com os alunos D, L, B e H. Em contrapartida, apenas 5 alunos fizeram a atividade corretamente, dando resultado final em forma de fração ou decimal. Vejamos as respostas dos alunos A e G.


INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA
Escola Superior de Educação

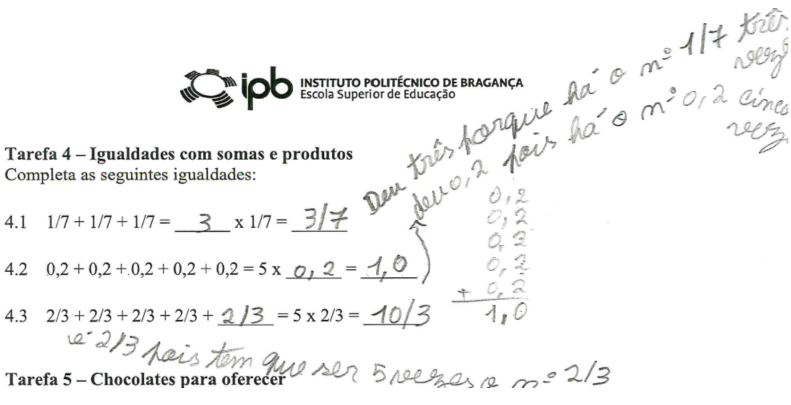
Tarefa 4 – Igualdades com somas e produtos
Completa as seguintes igualdades:

4.1 1/7 + 1/7 + 1/7 = ____ x 1/7 = ____

4.2 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 5 x ____ = ____

4.3 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + ____ = 5 x 2/3 = ____

Figura 12 – Procedimento do aluno A com resposta final de decimal.


INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA
Escola Superior de Educação

Tarefa 4 – Igualdades com somas e produtos
Completa as seguintes igualdades:

4.1 1/7 + 1/7 + 1/7 = ____ x 1/7 = ____

4.2 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 5 x ____ = ____

4.3 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + ____ = 5 x 2/3 = ____

Tarefa 5 – Chocolates para oferecer

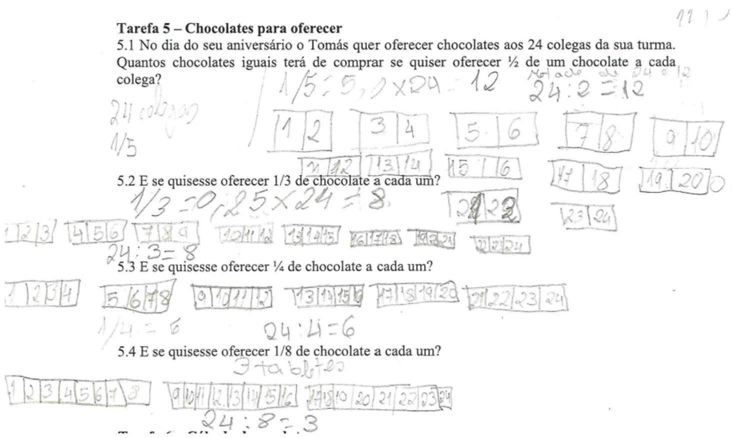
Figura 13 – Procedimento do aluno G com resposta final de fração

De um modo geral, observou-se que os alunos apresentaram grandes erros referentes ao algoritmo da multiplicação, mesmo com a ordem da sequência apresentada na tarefa.

4.1.5 Tarefa 5

Esta tarefa explorava a imaginação do aluno quanto às formas de representações e recursos que poderiam ser utilizados para o processo de resolução. Seja através da construção de desenhos representando a situação da tarefa com barras, seja aplicando o algoritmo da divisão ou até mesmo a representação das barras por meio de números decimais indicando sua metade, que foram os procedimentos registrados. Também houve alunos que conseguiram resolver a tarefa mentalmente e isso ocorreu com a sua minoria.

As figuras abaixo mostram como ocorreram os procedimentos corretos dos alunos A, B e C. É importante esse registro para entendermos melhor as suas respostas.



Tarefa 5 – Chocolates para oferecer

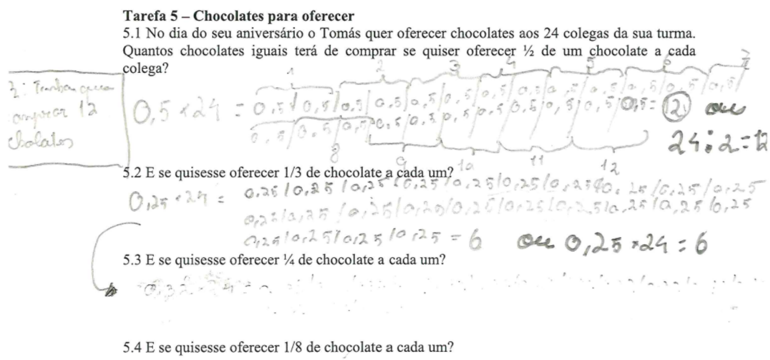
5.1 No dia do seu aniversário o Tomás quer oferecer chocolates aos 24 colegas da sua turma. Quantos chocolates iguais terá de comprar se quiser oferecer ½ de um chocolate a cada colega?

5.2 E se quisesse oferecer 1/3 de chocolate a cada um?

5.3 E se quisesse oferecer ¼ de chocolate a cada um?

5.4 E se quisesse oferecer 1/8 de chocolate a cada um?

Figura 14 – Aluno A com representação de barras



Tarefa 5 – Chocolates para oferecer

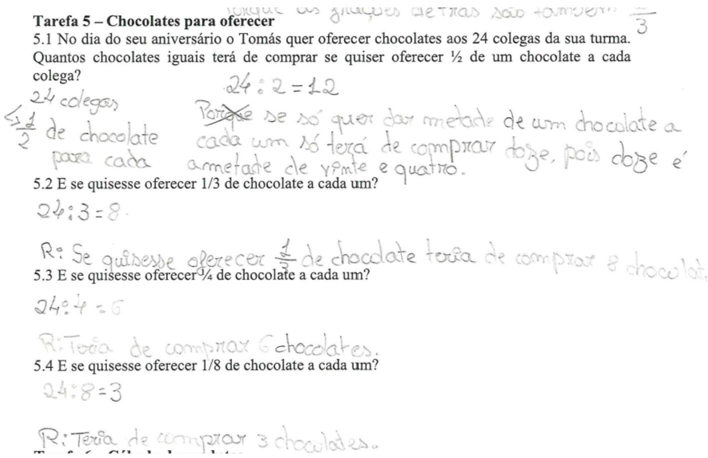
5.1 No dia do seu aniversário o Tomás quer oferecer chocolates aos 24 colegas da sua turma. Quantos chocolates iguais terá de comprar se quiser oferecer ½ de um chocolate a cada colega?

5.2 E se quisesse oferecer 1/3 de chocolate a cada um?

5.3 E se quisesse oferecer ¼ de chocolate a cada um?

5.4 E se quisesse oferecer 1/8 de chocolate a cada um?

Figura 15 – Aluno B com representação das barras e número decimal



Tarefa 5 – Chocolates para oferecer

5.1 No dia do seu aniversário o Tomás quer oferecer chocolates aos 24 colegas da sua turma. Quantos chocolates iguais terá de comprar se quiser oferecer ½ de um chocolate a cada colega?

24 : 2 = 12

24 colegas
1/2 de chocolate
para cada

Porque se só quer dar metade de um chocolate a cada um só terá de comprar doze, pois doze é a metade de vinte e quatro.

5.2 E se quisesse oferecer 1/3 de chocolate a cada um?

24 : 3 = 8

R: Se quisesse oferecer 1/3 de chocolate terá de comprar 8 chocolat.

5.3 E se quisesse oferecer ¼ de chocolate a cada um?

24 : 4 = 6

R: Terá de comprar 6 chocolates.

5.4 E se quisesse oferecer 1/8 de chocolate a cada um?

24 : 8 = 3

R: Terá de comprar 3 chocolates.

Figura 16 – Aluno C com algoritmo da divisão

Três alunos deixaram a tarefa em branco e quarto alunos responderam errado. No gráfico 2 abaixo, representa melhor essa totalidade, incluindo as outras situações verificadas.

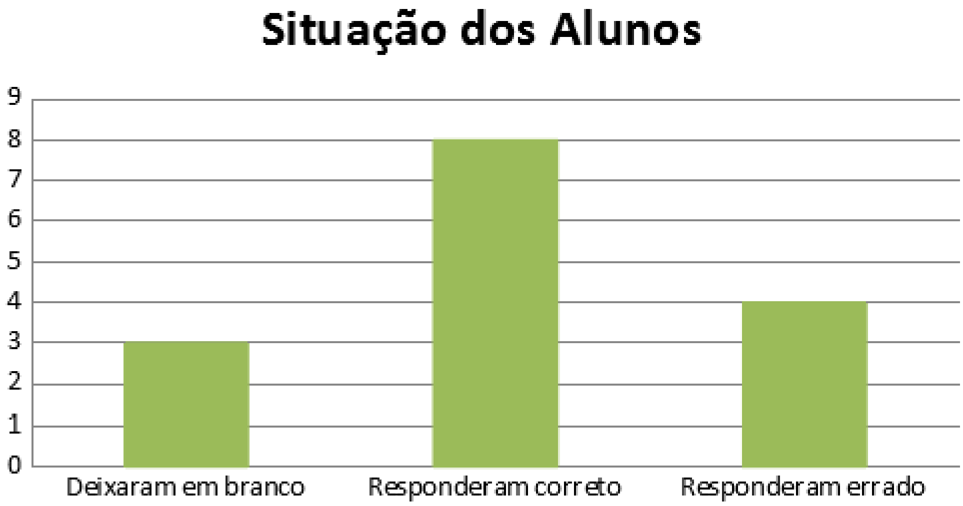


Figura 17 – Gráfico 2: Situação dos alunos para a tarefa 5

4.1.6 Tarefa 6

Depois de o aluno ter passado pelas cinco tarefas anteriores, por soma e multiplicação de frações, por representações com desenhos de garrafas de leite e barras de chocolate, reta numérica e até mesmo completar sequências, esta última trabalha o cálculo de produtos com por meio da multiplicação direta de um número inteiro com fracionário e também decimal. Então, aqui também observou-se dificuldades nas multiplicações e até mesmo na adição de fração, mas de uma forma mais acentuada, pois houveram muitos produtos não realizados.

Vejamos o gráfico 3 a seguir, que mostra esse resultado.

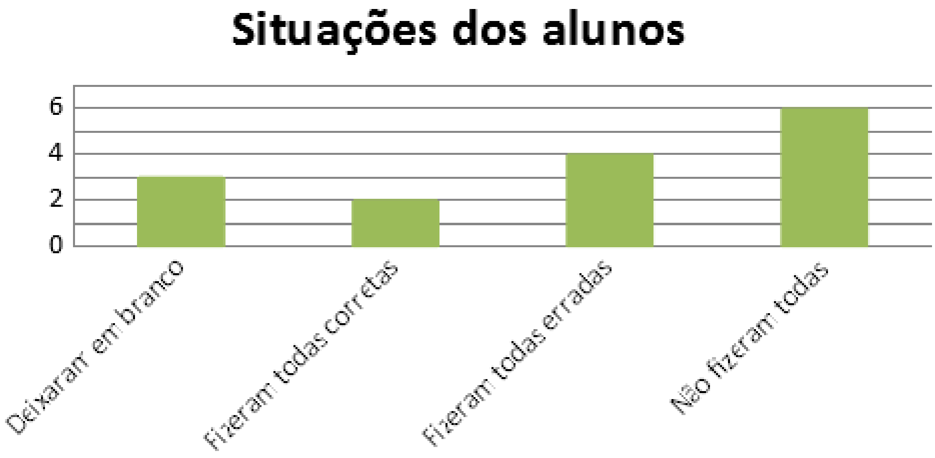


Figura 18 – Gráfico 3: Quantidade e classificação dos alunos

5 Considerações finais

Compreender a aprendizagem dos números racionais na sala de aula torna-se um estudo complexo e difícil, pois vários aspectos estão relacionados nesse processo. Quando um desses aspectos envolve cultura, acredito que a complexidade acaba se tornando um pouco maior, pois envolve a tentativa de entender o processo de construção do outro.

Por ser uma disciplina e um conteúdo que exige do aluno ideias previamente já formadas, os números racionais foram inseridos no sentido de desenvolver compreensão ao conjunto numérico por meio do uso de estratégias, como as tarefas.

Levando em consideração ao ensino dos números racionais em Portugal, mencionado no trabalho, e a partir da análise e interpretação dos dados obtidos durante o estudo, visando responder as questões de investigação e atingir o seu objetivo, verificou-se que os alunos tiveram dificuldades na interpretação das tarefas, utilizadas como caráter de ensino exploratório no processo de ensino-aprendizagem, desafiando tanto o professor quanto o aluno.

As tarefas se constituíram em uma atividade muito importante para a verificação do desenvolvimento dos alunos, foram sequenciadas seguindo um progressivo grau de complexidade, de acordo com o significado de número racional explorado. Esta proposta de ensino resultou em uma boa estratégia para a turma do 6º ano de escolaridade de Portugal, percorrendo os diversos significados de número racional e que ainda promoveu uma abordagem de várias representações dos racionais, bem como as conexões entre elas.

Considerando as características dos alunos com maiores dificuldades presentes na escola, evidenciaram não ter uma compreensão significativa da multiplicação com as operações das frações e suas representatividades. Durante as tarefas, foram identificados alunos que usaram estratégias de resolução através de soma de frações para chegar ao algoritmo da multiplicação, assim como houve alunos em que possuíam dificuldades em manipular as operações com as frações e compreender as tarefas em que foram propostas. Ainda sim, houve aqueles alunos que, não resolveram nenhuma das seis tarefas colocadas.

Da maioria dos alunos que não sabiam a definição dos números racionais notou-se que eles possuíam muitas dificuldades nas representações numéricas e apresentaram grandes erros no algoritmo da multiplicação, em que poderiam ser sanados com metodologias do ensino exploratório. Também, verificou-se que esse tipo de ensino era pouco colocado na sala de aula e que os alunos precisavam ser mais ativos e críticos, uma questão ressaltada pelas professoras de matemática.

É importante salientar que os alunos tiveram contato pela primeira vez com uma

pessoa brasileira na sala de aula, tornando-se muito significativo para a escola e em especial aos alunos da turma referida. Ter o contato direto com outra cultura foi muito importante. Tive oportunidades de conhecer novas metodologias que foram muito relevantes ao trabalho.
.

Para tanto, o trabalho realizado foi muito satisfatório ao proporcionar uma aprendizagem significativa como investigadora e futura docente, que me fez refletir sobre os caminhos e metodologias que posso percorrer na sala de aula. Sinto-me grata pelas orientações d hb os professores que muito bem me acolheram a nível internacional. Portugal é um país que ainda precisa se aprofundar em conhecimentos relativos ao ensino-aprendizagem dos números racionais e em particular o algoritmo da multiplicação e ter a iniciativa de realizar estudos nessa área foi muito importante para minha trajetória acadêmica, apesar das dúvidas e dificuldades sentidas.

Referências

ALVES, Vanessa da Silva. **A construção do conceito de número racional no sexto ano do ensino fundamental.** Dissertação de mestrado. Alagoas. 2012

CANAVARRO, Ana Paula; OLIVEIRA Hélia; MENEZES Luís. **Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia.** Práticas de Ensino da Matemática. Lisboa. 2012

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa. 1951.

CURTY, Andréia Caetano da Silva. **Números racionais e suas diferentes representações.** Dissertação de mestrado em Matemática. Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Rio de Janeiro. 2016.

GODOY, Arilda Schmidt. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades- Uma revisão histórica dos principais autores e obras que refletem esta metodologia de pesquisa em Ciências Sociais.** Revista de Administração de Empresas. v. 35, n. 2. São Paulo. 1995.

MEIRINHOS, Manuel; OSÓRIO, António. **O estudo de caso como estratégia de investigação em educação.** Eduser - Revista de Educação, [S.l.], v. 2, n. 2, dec. 2016. ISSN 1645-477.

MESTRE, Célia & OLIVEIRA, Hélia. **A exploração de tarefas matemáticas para o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade.** Práticas de ensino da matemática. Portugal. 2012.

MONTEIRO, C., & PINTO, H. **Sequência de tarefas para o ensino e aprendizagem da multiplicação e da divisão de números racionais não negativos.** Associação de Professores de Matemática. Lisboa. 2012.

PINTO, Hélia Gonçalves. **O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais.** Tese de doutoramento em educação. Lisboa. 2011.

Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico de Portugal- PMEBP (2013)

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática.** Associação de Professores de Matemática. Lisboa- Portugal. 2005.

TAKAYA, Carolina; CUNHA, Caroline Rodrigues da; VIEIRA, João Luís de Abreu. **Unidade didática - Números Racionais: representações fracionárias.** São Paulo. 2015.

Anexos

INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA
Escola Superior de Educação

SEQUÊNCIAS DE TAREFAS

Caro/a Aluno/a,

As tarefas, que se seguem, visam coletar dados sobre o processo de aprendizagem matemática. Peço a tua colaboração e compreensão no sentido de responderes com o máximo de clareza e empenhamento, pois as tuas resoluções e respostas são muito importantes para mim. Regista, por favor, todos os cálculos que tiveres de efetuar. Muito obrigada pela tua colaboração!

Tarefa 1 – Garrafas de leite

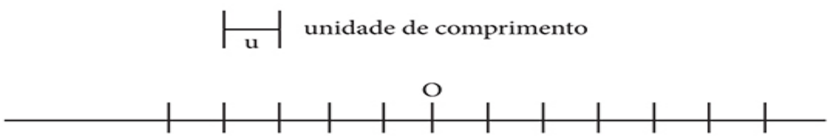
1.1 O Paulo foi ao supermercado comprar duas garrafas de ½ litro de leite, portanto trouxe o dobro de meio litro de leite. Se tivesse comprado quatro garrafas iguais, que porção de leite tinha trazido?

1.2 Se o Paulo tivesse trazido o triplo de ½ litro de leite que quantidade de leite tinha trazido?

Tarefa 2 – Multiplicar um número natural por uma fração na reta numérica

2.1 Assinala na reta numérica os números representados pelas expressões A e B. Explica o teu raciocínio.

A- $3 \times \frac{1}{2}$ B- $10 \times {}^{1}/_{5}$



Tarefa 3 – Compras na padaria

3.1 A Maria e o João foram à padaria comprar pão. Cada pão pesava ¾ kg. Quantos quilos de pão trouxeram sabendo que compraram quatro pães?

3.2 E se tivessem comprado oito pães?

Tarefa 4 – Igualdades com somas e produtos

Completa as seguintes igualdades:

4.1 1/7 + 1/7 + 1/7 = ______ x 1/7 = ______

4.2 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 5 x ______ = ______

4.3 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + ______ = 5 x 2/3 = ______

Tarefa 5 – Chocolates para oferecer

5.1 No dia do seu aniversário o Tomás quer oferecer chocolates aos 24 colegas da sua turma. Quantos chocolates iguais terá de comprar se quiser oferecer ½ de um chocolate a cada colega?

5.2 E se quisesse oferecer 1/3 de chocolate a cada um?

5.3 E se quisesse oferecer ¼ de chocolate a cada um?

5.4 E se quisesse oferecer 1/8 de chocolate a cada um?

Tarefa 6 – Cálculo de produtos

Calcula os seguintes produtos:

6.1 3 x 1/8 =

6.2 10 x ½ =

6.3 8 x 0,25 =

6.4 2 x 1 ½ =

6.5 20 x ¾ =

6.6 20 x 0,75 =

Agradeço a tua preciosa colaboração. Muito obrigada!

INSTITUTO FEDERAL
Alagoas

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Alagoas
Reitoria

BRASIL
GOVERNO FEDERAL

PORTARIA Nº 1248/GR, DE 15 DE MAIO DE 2018.

ANEXO B – Termo de Autorização para publicação eletrônica

Termo de Autorização para Publicação Eletrônica (formato digital) dos Trabalhos de Conclusão dos Cursos de Graduação e Pós-Graduação lato e stricto sensu do Instituto Federal de Alagoas no Sistema de Bibliotecas do IFAL

Eu, Jamilly Souza Tenorio e titular dos direitos autorais da publicação abaixo citada, com base no disposto na Lei nº 9610/98, mediante o presente documento, autorizo a Biblioteca Benevides Monte a disponibilizar por tempo indeterminado ao alcance do público, de forma gratuita, sem ressarcimento dos direitos autorais, o documento, em meio digital no site do Instituto Federal de Alagoas, bem como na rede mundial de computadores, para fins de leitura, impressão e/ou download pela Internet, com o intuito de divulgação da produção científica do IFAL, a partir desta data.

1. Tipo de trabalho

[X] Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)

[ ] Trabalho de Graduação Interdisciplinar (TGI)

[X] Graduação [ ] Especialização [ ] Mestrado [ ] Doutorado

[X] Artigo Científico [ ] Projeto de pesquisa [ ] Relatório de pesquisa

[ ] Outros: ______________________________.

2. Autor(es) do trabalho

Autor[1]: Jamilly Souza Tenorio
Endereço: Rua José Francisco Leão. Lot. Sta. Maria Madalena.
CEP: 57800-000 Cidade: União dos Palmares UF: AL Matrícula: 201406131
Curso: Licenciatura em matemática
Telefone: ( ) Celular: (82) 9-9444-4468
E-mail(s): milly_tenorio@hotmail.com / jst9@aluno.ifal.edu.br
Autor[2]: ______________________________
Endereço: ______________________________ UF: ___
CEP: ______________ Cidade: ______________
Matrícula: ______________ Curso: ______________
Telefone:( ) ______________ Celular: ( ) ______________
E-mail(s): ______________________________

Rua Odilon Vasconcelos, 103 (esquina com Av. Dr. Júlio Marques Luz)
Jatiúca – Maceió/AL - CEP 57035-660 - www.ifal.edu.br

INSTITUTO FEDERAL
Alagoas

BRASIL
GOVERNO FEDERAL

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Alagoas
Reitoria

PORTARIA Nº 1248/GR, DE 15 DE MAIO DE 2018.

3. Identificação do trabalho

Título: A multiplicação dos números racionais: um estudo de caso no 6º ano de escolaridade de uma escola em Portugal.

Orientador: Me. Hugo Santos Nunes

Coorientador: Dr. Giraldo Oliveira dos Santos

Data de defesa: 14 / 12 / 2018 Área do conhecimento: ______

Membros da banca:

Elisabete Duarte de Oliveira

Gilmar Teodósio Silva

Programa/Curso: Licenciatura em Matemática

Palavras-chave: números racionais. ensino - aprendizagem. tarefas matemáticas. Portugal.

É imprescindível o envio do trabalho em mídia digital (CD) em formato PDF.

4. Assinaturas:

Autor(a)¹: Tamilly Souza Lenório

Autor(a)²: ______

Ciente do(a) Orientador(a)

Prof. Me. Hugo Santos Nunes
Área da Matemática
SIAPE 2238068
IFAL - Campus Maceió

Maceió, 18 de Janeiro de 2019.
(Local e data)

Rua Odilon Vasconcelos, 103 (esquina com Av. Dr. Júlio Marques Luz)
Jatiúca – Maceió/AL - CEP 57035-660 - www.ifal.edu.br